



Mémoire

présenté pour l'obtention du Grade de

MASTER

mention : Ingénierie et Recherche en Éducation

sur le thème :

**La construction du concept de nombre en appui de
trois cadres théoriques, chez des élèves d'ULIS-
TFC et de CE2 ; une perspective comparative.**

Aude CRETIN-MAITENAZ

Jury

Philippe LEBORGNE
Mathilde MUSARD
André DIDIERJEAN

Année : 2019-2020

Directeur de mémoire : Philippe LEBORGNE

La construction du concept de nombre en appui de trois cadres théoriques, chez des élèves d'ULIS-TFC et de CE2 ; une perspective comparative.

Mots clés : école inclusive – cognition – didactique – arithmétique

RÉSUMÉ

Notre travail s'intéresse à des élèves en situation de handicap, scolarisés en milieu ordinaire et bénéficiant d'un enseignement spécialisé. Il vise à mieux comprendre comment ces élèves appréhendent et utilisent le nombre dans des tâches arithmétiques scolaires et non scolaires. Trois cadres théoriques sont mobilisés : la neuropsychologie, la psychologie cognitive et la didactique. Ils apportent chacun un modèle explicatif aux tâches que nous analysons. La méthodologie s'appuie sur une approche qualitative prenant en compte le profil de chacun des élèves, et qui procède d'une double comparaison : celle entre les populations, à savoir des élèves bénéficiant d'un dispositif ULIS-TFC-école comparés à des élèves de CE2 scolarisés en classe ordinaires, et celle entre les tâches scolaires et non scolaires. Un questionnaire spécifique a été élaboré pour notre recherche, de façon à permettre les comparaisons ainsi que la mise en tension des trois cadres théoriques sur lesquels nous nous appuyons. Les résultats obtenus tendent à montrer que la richesse des cadres théoriques mobilisés offre des éléments d'analyses différenciées selon plusieurs aspects : les caractéristiques des élèves, la prise en compte de la scolarisation, du développement. Notre recherche qui reste à déployer, vise à construire un cadre interprétatif articulant les différentes théories pour produire un outil efficace dans la description de l'activité des élèves en situation de handicap relativement aux tâches arithmétiques.

Keywords : inclusive school – cognition – didactics – arithmetic

ABSTRACT

Our work is interested in students with cognitive handicap, educate in ordinary environment with the support of a specialized education. It aims to better understand how these students use numbers in arithmetic school tasks and arithmetic non school tasks. Three theories are used : neuropsychologie, cognitive psychology and didactics. Each of them bring an pattern to explain our tasks. The methodology used is a qualitative approach interesting in profile of each students, and procced to a double comparison : the one about populations, students with cognitive handicap (educate in ULIS-TFC) and ordinary students (educate in CE2), and the other with arithmetic school tasks and arithmetic non school tasks. A specific survey was elaborate for our work, to allow the comparaisn and behaviour of three theories used. Results tend to show that the three theories offer differents possibilities to analyze students answers according to several aspects : students characteristics, education, development. Our study aim at built an intepretative theory articulating the differents theories to have an effective tool in the description of handicapped students activities, specially in arithmetic tasks.

Remerciements

Je remercie en premier lieu mon directeur de mémoire qui m'a accompagné dans ce travail de recherche. Sa manière bien à lui d'évoquer les mathématiques m'ont permis d'entrer avec curiosité et plaisir dans ce domaine qui m'est souvent énigmatique. Ses connaissances, tant dans le domaine de la didactique des mathématiques, que dans le domaine de l'enseignement m'ont guidé dans la mise en place de cette recherche et dans la prise en main d'une posture de chercheur, mettant de côté celle de l'enseignant. Merci pour sa confiance et son soutien qui m'ont permis d'avancer dans cette recherche et de vivre l'intérêt profond d'une méthodologie rigoureuse. Je le remercie également pour nos échanges hors mémoire, pendant le temps si particulier du confinement que nous avons vécu.

Je remercie tous ceux qui ont permis la réalisation de ce travail : mes collègues qui m'ont accueilli au sein de leurs classes, de leurs dispositifs et de leurs écoles, école élémentaire de Bavans, de Voujeaucourt et de l'Isle-sur-le-Doubs. Merci aux élèves qui ont accepté de participer aux différentes tâches avec leur envie de bien faire, à leurs parents qui les ont autorisés. Je remercie également ma hiérarchie et notamment mon inspectrice de circonscription, Madame Vieille-Marchiset qui m'a accordé le temps nécessaire aux passations. Ces personnes sont au cœur des réponses apportées par ce travail, sans elles, aucune avancée, aussi infime soit-elle eue été possible. Merci. J'ai également une pensée pour mes collègues qui se sont engagés dans cette formation avec la réalisation d'un mémoire ; et une pour Pascale qui veille sur nous à chaque instant même à distance. Merci pour nos échanges professionnels enrichissants et permettant une certaine prise de recul sur la naissance du travail de recherche.

Je remercie également mon entourage proche qui m'a soutenu tout au long de ce travail. Je tiens à remercier plus particulièrement ma sœur, mes parents et les Bricopains (Julie, Tibo et Damien) qui ont écouté, avec une attention à toute épreuve, mes nombreux enregistrements audio relatant mes émerveillements, mes doutes, mes hésitations syntaxiques et orthographiques... Merci à vous pour votre présence, votre soutien vos encouragements et tous nos « pas de côtés » permettant de vivre cette année dans le plaisir.

Table des matières

Chapitre 1 Introduction.....	5
Chapitre 2 Apports théoriques.....	9
2.1 Des apports de la neuropsychologie.....	9
2.1.1 Des compétences numériques innées, des compétences numériques acquises.....	9
2.1.2 Compréhension des quantités : l'exemple d'une étude en Amazonie.....	13
2.1.3 Représentation spatiale des nombres.....	16
2.1.4 Deux concepts clés : subitizing et estimation.....	19
2.1.5 Modèle du triple code : Dehaene (1992).....	22
2.2 Des apports de la psycho-cognition.....	26
2.2.1 La cognition : les fonctions cognitives.....	26
2.2.2 Modèle de Piaget.....	28
2.2.2.1 Une explication du développement du raisonnement.....	28
2.2.2.2 Trois concepts clés : la conservation, la classification et les relations.....	29
2.2.3 La genèse du nombre : Piaget et ses limites.....	30
2.2.4 Compter et dénombrer.....	32
2.3 Énumérer et dénombrer.....	34
2.3.1 Énumération : les travaux de Briand (1999).....	34
2.3.1.1 Protocole expérimental : la situation des boîtes d'allumettes.....	35
2.3.1.2 Une définition de l'énumération.....	36
2.3.2 Énumération : apports de Margolinas et ses collaborateurs (2015).....	37
2.3.2.1 Exemples de situations expérimentales mathématiques.....	37
2.3.2.2 Exemple de situation expérimentale non mathématique.....	39
2.3.2.3 Une définition complétée de l'énumération.....	40
2.3.3 Énumération et dénombrement.....	41
2.3.4 Stratégies d'exploration d'une collection.....	42
2.4 Des apports de la didactique.....	44
2.4.1 Théorie des situations didactiques d'apprentissage : Brousseau (1986).....	45
2.4.1.1 Situation a-didactique et situation didactique.....	45
2.4.1.2 Le contrat didactique.....	46
2.4.2 Situation d'apprentissage émancipatrice : Toullec-Théry & Marlot (2013).....	47
Chapitre 3 Problématique.....	49

6.3.3 Représentation spatiale et sens exacte ou estimé du nombre.....	135
6.4 Analyse tâches scolaires versus tâches non scolaires.....	136
Chapitre 7 Discussion.....	139
Chapitre 8 Conclusion.....	149
Références bibliographiques	151
Annexes	157

Chapitre 1 Introduction

Le terme de handicap laisse rarement indifférent, il implique souvent des ressentis et des questionnements, mais le regard porté sur la situation de handicap peut-être différent selon la nature et la « visibilité » de celle-ci. En effet, quelques handicaps peuvent paraître moins visibles comme certains handicaps mentaux ou cognitifs, contrairement aux handicaps moteurs, qui peuvent davantage être vus. Il semblerait que le handicap reste plutôt incompris au sein de la société, et ce même au sein de l'enseignement. En situation de classe, il peut arriver que certains élèves en situation de handicap voient les conséquences de leur « handicap » comme « oubliées » ou parfois même considérées comme un « manque de volonté », notamment lorsque celles-ci sont dues à une situation de handicap peu visible, comme des troubles cognitifs ou une légère déficience mentale. Par exemple, nous ne demanderions pas à une personne en situation de handicap moteur, étant en fauteuil roulant car n'ayant aucune mobilité au niveau des membres inférieurs, de se lever pour monter les marches d'un escalier. En cas de situation de handicap due à une déficience mentale ou un des troubles cognitifs, nous sommes dans une situation équivalente, ce n'est pas parce que le « handicap » semble moins visible que les conséquences sont moindres ou compensables plus aisément. Dans ces situations nous adaptons et modifions l'environnement pour que la personne puisse atteindre le palier, par exemple, en plaçant un plan incliné. Le rôle d'un enseignant spécialisé auprès d'élèves en situation de handicap est comparable dans le sens où il doit chercher à mettre en place ce plan incliné permettant aux élèves d'atteindre l'apprentissage visé, et ce même quand la situation de handicap est cognitive et/ou mentale. En tant qu'enseignante spécialisée auprès d'élèves reconnus en situation de handicap depuis plusieurs années, je suis confrontée à cette nécessaire adaptation de l'environnement et de l'apprentissage pour que ceux-ci soient accessibles aux élèves. Cette adaptation se travaille en permanence et s'avère parfois difficile à mettre en place, souvent due à un manque de compréhension du fonctionnement des élèves. Palier à ce manque de connaissances et de compréhension des situations de handicap vécues par les élèves est un

des moteurs de cette recherche. L'éclairage de ce questionnement par le biais des mathématiques est intéressant du point de vue la place qu'occupe ce domaine dans la société.

Les mathématiques ont une valeur sociale, elles permettent de construire le monde qui nous entoure et en apportent une compréhension enrichie de celui-ci. Dans le champ des mathématiques, le nombre est un élément d'apprentissage portant cette valeur sociale puisqu'il nourrit plusieurs champs de recherche. En effet, il est un objet essentiel de la psychologie, notamment à travers le logico-mathématique. Le nombre est un objet très présent dans la théorie de la connaissance, par exemple dans le constructivisme Piagétien. Il semble que les premiers nombres entiers ont un statut particulier, ils sont d'une certaine manière automatisés, au sens où ils ne nécessitent plus de notre part une réflexion importante pour se les représenter ou pour agir dessus. Ainsi, lorsque nous tentons de comprendre les mécanismes en jeux en situation d'apprentissage de ce concept, cette automatisation peut être un frein. De plus elle peut limiter notre capacité à se mettre à la place de l'élève pour tenter de comprendre les difficultés qu'il rencontre. Parmi ces difficultés nous pouvons évoquer le fait que le nombre est une construction abstraite, sans réalité matérielle, or les élèves en situation de handicap peuvent avoir des difficultés pour comprendre, mémoriser et utiliser des concepts abstraits. De plus le nombre est un concept mathématique impliquant deux facettes : la cardinalité et l'ordinalité. La cardinalité fait référence à la quantité d'un ensemble. Elle permet notamment de communiquer une quantité ou de la mémoriser. L'ordinalité fait référence aux relations entretenues par les nombres, elle implique la successivité, le statut de numéro. Ainsi le domaine des mathématiques peut permettre d'apporter un regard enrichissant sur le handicap. Et tenter de mieux comprendre l'acquisition du nombre chez les élèves pourrait permettre d'éclairer, dans une certaine mesure, la compréhension du handicap et des conséquences de celui-ci sur les apprentissages.

L'enseignement auprès d'élèves en situation de handicap peut se dispenser dans des contextes variés : en milieu ordinaire, en classe ordinaire avec ou sans l'appui d'un dispositif ULIS ; en milieu spécialisé, en Institut Médico-Éducatif (IME) ou encore en Institut Thérapeutique Éducatif et Pédagogique (ITEP). Étant enseignante spécialisée en ULIS-école, mon intérêt se porte sur ces élèves. Ils sont donc scolarisés en milieu ordinaire, au sein d'une classe ordinaire et ils bénéficient autant que de besoin de temps d'enseignement spécialisé, au sein d'une Unité Localisée pour l'Inclusion Scolaire (ULIS), permettant de répondre à leurs besoins éducatifs particuliers. Ils sont orientés par la Maison Départementale des Personnes Handicapées (MDPH), ils sont donc reconnus comme étant des élèves en situation de handicap. Certains de ces élèves avant de pouvoir être orientés en ULIS ont souvent eu de grandes

difficultés et quelques-uns ont vécu des années « d'errances » en classes ordinaires avec une prise en charge parfois peu efficace de leurs difficultés et particularités. Il existe plusieurs types d'ULIS, dont les plus courantes sont : l'ULIS-TFV pour les élèves ayant des troubles des fonctions visuelles, l'ULIS-TFA pour les élèves ayant des troubles des fonctions auditives, l'ULIS-TFM pour les élèves ayant des troubles des fonctions motrices et l'ULIS-TFC pour les élèves ayant des troubles des fonctions cognitives ou mentales. Étant enseignante spécialisée au sein d'une ULIS-école de type TFC, le questionnaire élaboré au cours de cette recherche porte sur la compréhension du concept nombre chez des élèves scolarisés au sein de ce type d'ULIS-école. Les élèves scolarisés avec l'appui de l'ULIS-TFC sont âgés de 6 à 12 ans, ils bénéficient d'un an supplémentaire au sein de l'école élémentaire comparés aux élèves dits « ordinaires ». Les profils de ces élèves sont très variés, certains peuvent avoir une déficience mentale légère. Le retard mental se définit selon l'Organisation Mondiale de la Santé comme *« un arrêt du développement mental ou un développement mental incomplet, caractérisé essentiellement par une insuffisance des facultés qui déterminent le niveau global d'intelligence, c'est-à-dire les fonctions cognitives, le langage, la motricité et les performances sociales. Le retard mental peut accompagner un autre trouble mental ou physique, ou survenir isolément »*. D'autres peuvent avoir des troubles psychiques mais sans déficience mentale, d'autres peuvent avoir des problèmes d'apprentissage dus à un ou plusieurs troubles dys. Quelques-uns n'ont pas de diagnostic établi, mais une des raisons possibles serait que l'environnement familial ou social dans lequel ils évoluent, engendrerait une situation de handicap. La situation de handicap vécue par les élèves engendre-t-elle des limites dans l'acquisition des compétences scolaires ? Sont-ils confrontés à un effet de seuil dans leur développement intellectuel ? Ce type de questionnaire est inhérent à cette recherche, mais il semble trop large pour appuyer notre réflexion, c'est pourquoi le regard sur la situation de handicap n'est pas porté dans son ensemble mais par le biais de la construction du nombre chez les élèves d'ULIS-TFC.

Ainsi cette recherche implique une nécessaire comparaison entre les élèves d'ULIS-TFC et les élèves dits « ordinaires » scolarisés en classes ordinaires pour repérer les spécificités dues à la situation de handicap. Ce regard comparatif s'appuie sur une observation fine et précise du profil de chaque élève impliquant une méthodologie qualitative. La compréhension du concept nombre chez des élèves en situation de handicap est abordée sous la lumière de trois champs théoriques, que sont la neuropsychologie, la psycho-cognition et enfin la didactique. Les modèles théoriques de la neuropsychologie et de la psycho-cognition sont cités comme modèles explicatifs de la construction et de la compréhension du nombre, auxquels

nous ajoutons le champ de la didactique puisque nous observons de jeunes enfants scolarisés. Ce travail est essentiellement descriptif au sens où ce ne sont que des emprunts réalisés auprès de ces différents champs théoriques pour lesquels certains éléments de ces champs ne sont ni utilisés ni même évoqués ici. Le choix a été fait de présenter dans un premier temps le cadre théorique sur lequel nous nous appuyons, puis la problématique qui motive cette recherche, ensuite la présentation de la méthodologie et enfin la présentation de l'expérimentation menée auprès d'élèves scolarisés en écoles bénéficiant ou non de l'appui d'un dispositif ULIS-TFC, ses résultats et la discussion.

Chapitre 2 Apports théoriques

2.1 Des apports de la neuropsychologie

2.1.1 Des compétences numériques innées, des compétences numériques acquises

Des études (Hunt & al., 2008; Matsuzawa, 1991; Nieder, 2005; Pastore, 1961; Rumbaugh & al., 1987) tendent à démontrer l'existence de compétences numériques chez les animaux. Ces derniers pourraient discriminer des quantités et les comparer. Ils développeraient une certaine compréhension de l'aspect cardinal et ordinal du nombre. Stanislas Dehaene, dans un de ces cours dispensés au Collège de France sur « Les fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire » (2008), présente certaines de ces études, notamment sur une réalisée sur des singes macaques (Nieder, 2005), permettant de mettre en lumière des mécanismes neurophysiologiques de l'arithmétique élémentaire. Dans l'étude menée par Nieder (2005), des singes macaques ont été entraînés à comparer la quantité d'objets dans des collections. Cette étude aurait permis aux chercheurs de découvrir que dans le cortex préfrontal et interpariétal existaient des « *populations de neurones dont le taux de décharge varie avec le nombre d'objets présentés* » (Dehaene, 2008). Ainsi certains neurones s'activeraient de préférence en présence d'un objet, d'autres en fonction de deux objets et ce jusqu'à cinq objets selon Nieder (2005). Dehaene (2008) précise que ce sens de la quantité serait approximatif puisque les singes macaques n'ont pas appris à compter. Souvent les études concernant la discrimination des quantités chez les animaux, sont menées avec des animaux habitués aux expérimentations et entraînés ; ainsi nous pouvons nous demander si de telles compétences numériques sont présentes chez les animaux dans un contexte naturel (sans contact avec les humains). En ce sens, une étude menée par Hunt et ses collaborateurs en 2008 met en lumière le fait qu'en présence de plusieurs caches de nourriture où seule la quantité diffère, une espèce de passereaux à l'état sauvage choisit la cache où il y a le plus de nourriture. Plusieurs travaux

de recherches sont menés ainsi et tendraient à prouver qu'il existe des prédispositions innées à la discrimination des petites quantités, sachant que cette discrimination est sensible à l'écart existant entre les deux collections à comparer. Plus les collections sont proches en quantité, plus les quantités doivent être faibles pour être discriminées avec succès. D'autres études tendent à montrer que les animaux ont également des compétences pour appréhender la cardinalité d'une collection donnée. En effet, une étude menée par Matsuzawa (1991) sur un chimpanzé a montré qu'il était capable d'associer le chiffre arabe à sa collection d'objets correspondante si celle-ci comportait entre 1 et 9 objets. D'autres études tendent à montrer que les animaux auraient également une connaissance de l'aspect ordinal du nombre. C'est par exemple le cas d'une étude menée par (Pastore, 1961) sur des canaris qui auraient la capacité de choisir un objet en fonction de sa position dans une collection. Enfin d'autres études montrent « *que les animaux disposent d'un système de comparaison de quantités très efficace* » (Barrouillet & Camos, 2006). C'est par exemple le cas d'une étude menée sur des chimpanzés réalisée par Rumbaugh et ses collaborateurs (1987). Dans cette étude, il était présenté aux chimpanzés deux plateaux contenant chacun deux tas de pastilles au chocolat. Le chimpanzé devait choisir le plateau présentant le plus de pastilles, pour réussir il devait donc, pour chaque plateau estimer la somme de pastilles au chocolat puis les comparer pour choisir celui où la quantité était la plus importante. Les résultats indiquent que les choix des chimpanzés du bon plateau sont supérieurs au seuil du hasard, et précisons que pour le ratio 2-3, le pourcentage de choix corrects peut atteindre plus de 90 %. Ces recherches sur les compétences numériques des animaux « *suggèrent qu'il existerait une capacité non apprise de représentation et de manipulation des numérosités* » (Barrouillet & Camos, 2006), capacité qui serait essentiellement basée sur une représentation approximative des quantités.

Ces différentes capacités non apprises se retrouveraient également chez les bébés. En effet, des études (McCrink & Wynn, 2004; Starkey & al., 1983; Starkey & Cooper, 1980; Wynn, 1992; Xu & Carey, 1996; Xu & Spelke, 2000) montrent que le nombre serait un concept manipulable par les plus jeunes enfants et ce, même si le langage n'est pas encore développé. Avant d'évoquer les recherches appuyant cette hypothèse, nous devons présenter le paradigme d'habituation, couramment utilisé dans les recherches menées sur les bébés. Ce paradigme s'appuie sur le fait qu'un bébé regarderait plus longtemps quelque chose de nouveau ou de non attendu. Ainsi, dans les recherches sur la discrimination des quantités les chercheurs habituent les bébés à une certaine quantité en leur présentant des collections ayant toute cette même quantité, puis ils présentent au bébé une nouvelle collection avec une quantité différente ou

non. Dans l'hypothèse où le bébé est capable de discriminer des quantités, alors il devrait regarder plus longtemps la nouvelle collection si elle présente une quantité différente, cependant il ne devrait pas la regarder plus longtemps si elle est équivalente. Une des premières études menées en ce sens est celle de Starkey et Cooper (1980) montrant que des bébés âgés de cinq mois pouvaient discriminer des collections de 2 versus 3 objets. Cette capacité à discriminer serait également possible avec des quantités numériques plus importantes, comme le présente une étude menée par Xu et Spelke (2000) sur des bébés âgés de six mois. Les résultats montrent qu'ils sont capables de discriminer des collections de 8 versus 16 objets « *même lorsque les paramètres non numériques tels que la densité et la surface totale sont constants* » (Dehaene, 2008). D'après Stanislas Dehaene (2008) la discrimination des petits nombres relèverait de la subitisation, processus correspondant à une appréhension immédiate des petites quantités, dont la signature est une limite stricte à 1, 2 ou 3 objets. Ce processus serait en conflit avec celui de l'estimation intervenant dans la discrimination des grands nombres, dont la signature est de ne pas avoir de limite stricte. Cependant cette compétence d'estimation des grands nombres est dépendante de l'écart existant entre les deux collections à discriminer. Plus cet écart est faible, plus le jeune enfant risque d'échouer. C'est pourquoi dans l'expérience relatée par Xu et Spelke (2000) les bébés de six mois ne peuvent discriminer des collections de 8 versus 12 objets. Les enfants sont également capables d'apparier deux collections équivalentes présentées sous des modalités sensorielles différentes (l'une visuelle, l'autre auditive par exemple). C'est le cas d'une étude menée par Starkey et ses collaborateurs (1983) où ils suggèrent que des bébés âgés de six à neuf mois réalisent une correspondance entre 3 sons et 3 images, puisque après avoir entendu 3 sons les bébés regardent plus longtemps une collection de 3 objets par rapport à une collection de 2 objets. Des études similaires, plus récentes, ont été réalisées avec un contrôle des variables alternatives (densité et taille des objets notamment) et ont obtenu des résultats semblables. De plus les bébés seraient capables de percevoir « *la violation des règles d'addition et de soustraction, au moins de façon approximative* » (Dehaene, 2008). Une des études pionnières mettant en lumière les compétences à réaliser des opérations chez les bébés, a été menée par Wynn en (1992) sur des bébés âgés de 5 mois. Dans cette étude, Wynn (1992) s'appuie sur le paradigme des événements impossibles. Ce paradigme repose sur le fait que les bébés regardent plus longtemps une situation inattendue plutôt qu'une situation respectant leurs connaissances. Dans son étude, Wynn (1992) présente à l'aide d'un spectacle de marionnettes et de poupées, une situation possible ($1 \text{ poupée} + 1 \text{ poupée} = 2 \text{ poupées}$) et des situations impossibles ($1 \text{ poupée} + 1 \text{ poupée} = 1 \text{ poupée}$ ou $1 \text{ poupée} + 1 \text{ poupée} = 3 \text{ poupées}$). Dans ce

cas les bébés regarderaient plus longtemps, et ce de manière significative les situations impossibles. Cette expérience est aussi tentée dans des relations soustractives, avec pour situation possible $2 \text{ poupées} - 1 \text{ poupée} = 1 \text{ poupée}$, et pour situation impossible $2 \text{ poupées} - 1 \text{ poupée} = 2 \text{ poupées}$. Dans ce cas également, les bébés regarderaient plus longtemps, et ce de manière significative la situation impossible. Ces résultats sont également obtenus dans une situation où les variables de la densité, de la surface et des contours des objets ont été contrôlés avec en situations possibles ($5+5=10$ ou $10-5=5$) et en situations impossibles ($5+5=5$ ou $10-5=10$) (McCrink & Wynn, 2004).

Ces études nous démontrent que les jeunes enfants ont des compétences numériques relevant de la discrimination des quantités permettant de les comparer, de les manipuler et dans certains cas d'évaluer la cardinalité d'une collection donnée. Cependant ces compétences impliquent des connaissances qui peuvent manquer aux jeunes enfants, alors que certaines sont essentielles pour déterminer la cardinalité d'une collection. C'est par exemple le cas lorsque le bébé est confronté à un problème d'individuation des objets. Une étude tente de mettre en avant les différents indices sur lesquels les enfants peuvent s'appuyer pour déterminer s'il y a un ou deux objets (Xu & Carey, 1996) dans une collection. Dans cette étude, il est présenté à des bébés de dix mois un panneau d'où les enfants voient un objet sortir du côté gauche puis retourner derrière le panneau, ensuite ils voient un autre objet (très différent du premier sur la forme, la taille, la couleur...) sortir du côté droit puis retourner derrière le panneau. Lorsque l'on baisse le panneau et que le bébé découvre qu'il n'y a qu'un seul objet, alors il ne montre aucun signe de surprise. Ainsi le bébé n'a pas compris que derrière le panneau se trouvait initialement deux objets. Cependant si l'on présente la même situation avec une coupure dans le panneau, pour former deux morceaux distincts (derrière lesquels se cachent les objets) alors le bébé montre des signes de surprise lorsqu'il voit qu'il n'y a qu'un seul objet derrière les panneaux. Ainsi Dehaene explique que chez le jeune enfant ce sont des informations visuo-spatiales qui sont prises en compte dans les opérations numériques et non pas, au départ, des informations sur l'identité des objets. Autrement dit, la nature différente des objets n'est pas prise en compte dans les calculs opérés par les bébés. « *Le nombre, au départ, semble être très étroitement attaché à la trajectoire spatio-temporelle des objets* » (Dehaene, 2008). Cette difficulté peut être encore présente chez des enfants âgés d'environ 3-4 ans. Ces études tendent à montrer que dès le plus jeune âge, les enfants développent des compétences numériques, mais celles-ci sont liées à une conception du nombre différente de celle qui sera construite notamment par les apprentissages. Ces compétences numériques précoces conduisent « à une

réflexion plus large sur l'émergence des outils numériques dans les sociétés humaines » (Barrouillet & Camos, 2006).

2.1.2 Compréhension des quantités : l'exemple d'une étude en Amazonie

La compréhension et l'observation des compétences numériques chez des populations n'ayant pas ou peu construit le langage mathématique pourrait éclairer le rôle du langage dans la construction des compétences arithmétiques. C'est dans ce cadre de recherche que Pica et ses collaborateurs (2004) sont allés en Amazonie pour réaliser une recherche sur les Indiens Mundurucus. Ce peuple a un langage numérique assez peu développé. En effet les Indiens Mundurucus possèdent un lexique assez précis pour les quantités allant de 1 à 5 mais ne désignant pas nécessairement une et une seule quantité au sens où « *with the exception of the words for 1 and 2, all numerals were used in relation to a range of approximate quantities rather than to a precise number* » (Pica & al., 2004, p.4). De plus les Mundurucus ne possèdent pas de mots précis pour désigner les quantités étant supérieurs à 5, ils ont plusieurs mots indiquant des estimations, par exemple « plus d'une main », « deux mains », « quelques orteils »... Les auteurs ont donc proposé deux tâches relevant de l'estimation des quantités, dont celles-ci sont plus importantes que ce que leur langue permet de nommer, et une tâche relevant de la dénomination exacte d'une quantité :

- La première tâche d'estimation consistait pour les Mundurucus, à pointer entre deux ensembles, celui qui contenait le plus de points. Dans cette tâche les collections allaient de 20 à 80 points.
- La seconde tâche d'estimation se réalisait à partir d'une situation additive. Une animation simple présentait l'ajout de deux ensembles de points dans une même boîte, les participants devaient estimer le résultat de cette addition et ensuite le comparer à un troisième ensemble, qui était présenté hors de la boîte. Ils devaient pointer l'ensemble contenant le plus de points (la boîte ou le troisième ensemble).
- La tâche sur les quantités exactes était une tâche de soustraction exacte. Les participants devaient prédire le résultat d'une soustraction dont les opérandes pouvaient aller de 1 à 8 mais dont le résultat ne pouvait être que 0, 1 ou 2. Ce résultat devait être pointé dans une première situation et devait être oralisé dans une seconde situation.

Les résultats de cette étude montrent que pour la première tâche d'estimation, les Mundurucus ont tous des résultats similaires, mais leurs résultats sont légèrement plus bas que ceux du groupe contrôle français. Les résultats de la deuxième tâche d'estimation sont similaires pour tous les Mundurucus et sont équivalents à ceux du groupe contrôle français. Les auteurs expliquent cette légère différence de réussite entre les deux tâches par le fait que la situation d'addition serait perçue de manière plus concrète notamment par le fait de l'animation présentée aux Mundurucus.

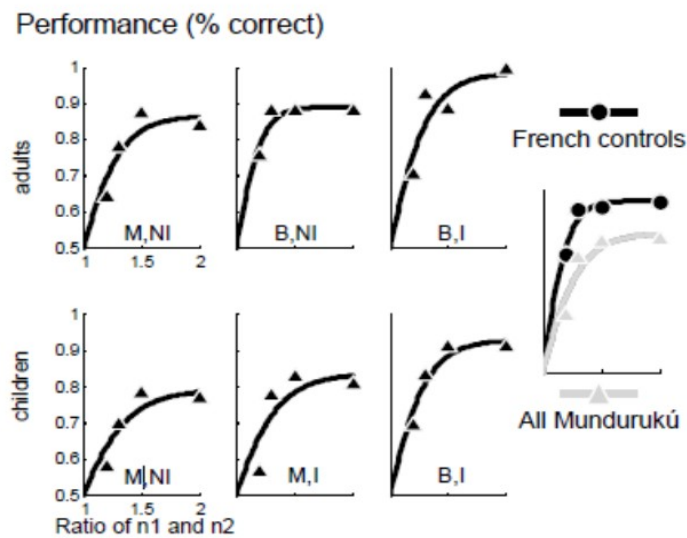


Figure 1: Résultats de la première tâche d'estimation (Pica & al., 2004)

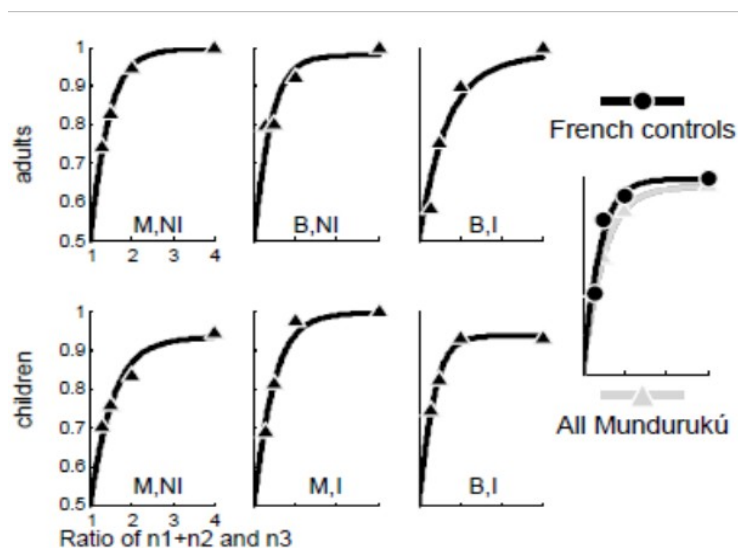


Figure 2: Résultats de la seconde tâche d'estimation (Pica & al., 2004)

Les résultats de la tâche de soustraction exacte montrent dans les deux cas, avec le résultat pointé ou énoncé verbalement, que tous les Mundurucus rencontrent des difficultés. De plus, celles-ci augmentent avec la taille des nombres en jeux. Les Mundurucus ont des résultats très différents du groupe contrôle français.

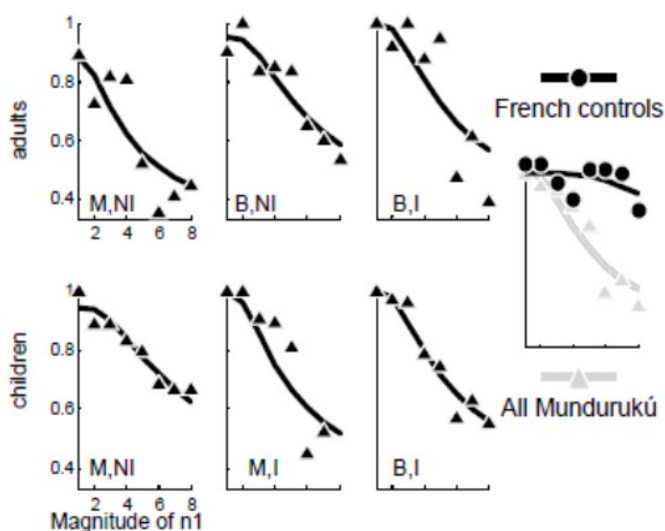


Figure 3: Résultats de la tâche de soustraction exacte, résultat pointé (Pica & al., 2004)

Cette recherche qui nous intéresse implique « *a distinction between a nonverbal system of number approximation and a language-based counting system for exact number and arithmetic* » (Pica & al., 2004 p.3). Les résultats obtenus peuvent faire penser que les Mundurucus sont capables de se représenter mentalement des quantités supérieures à ce qu'ils peuvent nommer avec exactitude, et les auteurs affirment qu'ils ne peuvent les confondre avec d'autres variables comme la taille ou la densité. Les Mundurucus ont également la capacité d'appliquer des concepts tels que l'addition, la soustraction et la comparaison lorsque les quantités sont estimées. Ainsi la capacité d'estimer la taille d'une collection serait une compétence indépendante du langage et donc pouvant être présente chez de jeunes enfants « *numerical approximation is a basic competence, independent of language, and available even to preverbal infants and many animal species* » (Pica & al., 2004 p. 7). Cependant le langage jouerait un rôle particulier dans l'émergence des compétences numériques exactes, notamment par le comptage « *by requiring an exact one-to-one pairing of objects with the sequence of numerals, counting may promote a conceptual integration of approximate number representations, discrete object representations, and the verbal code* » (Pica & al., 2004 p.7).

Pour compléter ces apports sur les compétences numériques, en 2008, Izard et ses collaborateurs ont également développé une tâche pour comprendre comment le nombre est

représenté spatialement pour les Mundurucus. Cette représentation du nombre s'appuie donc la fois sur le nombre lui-même, mais aussi sur l'espace.

2.1.3 Représentation spatiale des nombres

Le lien entre les mathématiques et l'espace est étroit, Prado, (2019) présente quelques exemples, dont la compréhension de notre système positionnel de numération, en effet la position des chiffres dans un nombre détermine leurs valeurs. Ces liens se retrouvent également lorsque l'on veut résoudre une opération, quelle qu'elle soit. Cependant, Prado (2019) rappelle que ces liens ne peuvent se réduire à ces quelques exemples, en effet « *spatial processing may be at the very heart of early math learning in children because spatial coding may underlie the representation of numerical quantities* ». Selon Izard et ses collaborateurs (2008) « *les liens entre les nombres et l'espace reflèteraient une intuition fondamentale, universelle* ». Pour justifier cela, ils s'appuient notamment sur le fait que des jeunes enfants, avant même leur scolarisation, sont capables de placer des nombres de manière cohérente sur une ligne numérique. Dans ce cas, les petits nombres sont placés vers l'extrémité gauche et l'enfant se déplace vers la droite pour les plus grands nombres. Ceci s'expliquerait en partie par le fait que les « *enfants occidentaux sont en contact avec divers objets culturels illustrant le concept de ligne numérique* » (Izard & al., 2008) comme les outils de mesure (règle, mètre de couturière...). En ce sens, Dehaene et ses collaborateurs (1993) propose une étude où des participants devaient traiter les nombres compris entre 1 et 9 comme étant pairs ou impairs en appuyant sur un bouton. Dans la première moitié de l'expérience, les participants devaient appuyer sur un bouton situé à droite pour les nombres impairs et sur un bouton situé à gauche pour les nombres pairs puis ce fut inversé pour la seconde moitié de l'expérience. Les participants traiteraient plus rapidement les petites quantités quand le bouton correspondant est situé à gauche, et traiteraient plus rapidement les grandes quantités quand le bouton est situé à droite. Ainsi, « *it appears that numbers may be spatially organized in the adult mind, with quantities of increasing size running from left to right* » (Prado, 2019). Nous pouvons compléter cette étude par celle menée par Bulf et ses collaborateurs (Bulf & al., 2016) dont les résultats montreraient que les bébés âgés de huit à neuf mois orientent leur attention vers la gauche après avoir perçu des petites quantités et vers la droite après avoir perçu des grandes quantités.

Les résultats d'une étude menée par Izard et ses collaborateurs (Izard & al., 2008), sur des enfants américains âgés de 5 ans environ et de 7 ans, tendent à montrer que les enfants âgés de 5 ans espacent davantage les petits nombres en comparaison aux grands nombres. Ainsi, les grands nombres sont plus resserrés vers l'extrémité droite de la ligne numérique. Cette représentation forme une courbe de type logarithmique traduisant « *la loi de Weber, qui régit la perception des quantités numériques chez les humains [...] : la discrimination de deux quantités numériques dépend du ratio entre ces quantités* » (Izard & al., 2008). Ainsi comparer les quantités 10 et 20 est plus facile par rapport à la comparaison des quantités 90 et 100, puisque visuellement, l'espace existant entre 10 et 20 est plus important que celui entre 90 et 100, pourtant l'écart entre les deux est similaire, dans les deux cas il est de 10 unités. À partir de 7 ans, les enfants placeraient les nombres de manière plus régulière. Pour confirmer leurs hypothèses, Izard et ses collaborateurs (2008) ont proposé un test aux Mundurucus. Un segment leur est présenté avec à l'extrémité gauche un nuage de point contenant 1 point et à l'extrémité droite un nuage de points contenant 10 points. Les participants doivent placer les quantités allant de 1 à 10 le long de ce segment. Les quantités pouvaient être présentées sous forme de nuage de points, de bips sonores, des mots de leur langue et des mots portugais. Les résultats montrent que les Mundurucus comprennent très vite « *la métaphore de la ligne numérique* » (Izard & al., 2008) puisque leurs réponses sont supérieures au hasard, mais elles correspondent à une courbe logarithmique, comme peuvent le faire les plus jeunes enfants de la population contrôle.

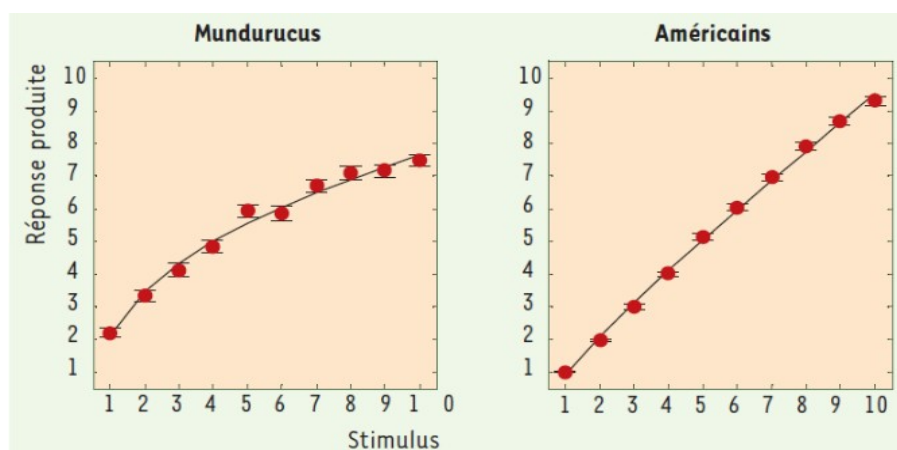


Figure 4: Réponses produites par un groupe de Mundurucus et un groupe de sujet contrôle américains (Izard & al., 2008).

Pour compléter cette étude, nous pouvons citer l'étude de Booth et Siegler menée en 2004 sur des sujets américains âgés de 5 à 8 ans portant également sur la représentation spatiale

des nombres mais dans le domaine de l'estimation puisque les quantités allaient de 1 à 100. Dans la tâche proposée par Siegler et Booth, (2004) les enfants devaient placer vingt-quatre nombres allant de 0 à 100 sur un segment dont à l'extrémité gauche était écrit le nombre 0 et à l'extrémité droite le nombre 100. Parmi les nombres à placer, dix étaient compris entre 0 et 30 et quatorze étaient compris entre 30 et 100. Les auteurs ont analysé les résultats obtenus en réalisant des médianes plutôt que des moyennes afin de minimiser les effets des valeurs aberrantes.

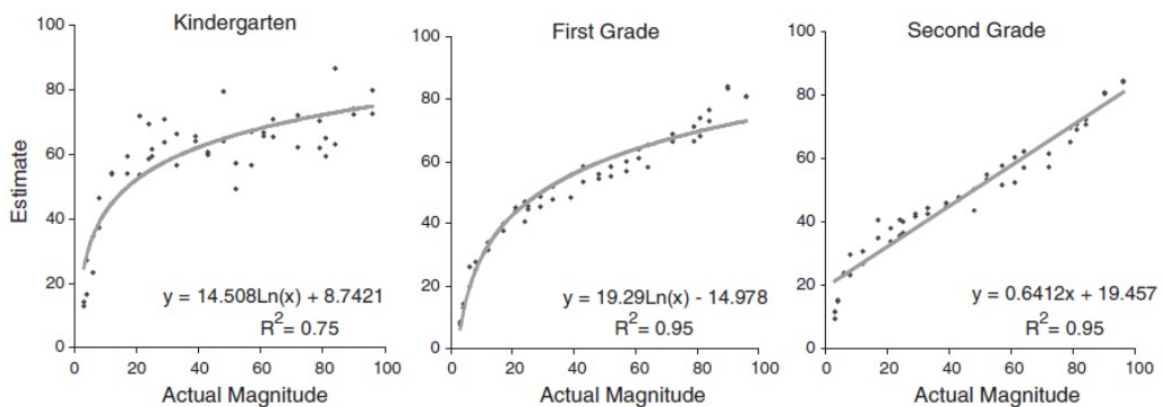


Figure 5: Résultats de l'expérimentation menée par Siegler et Booth (2004).

Les résultats montrent que les jeunes enfants (d'âge maternelle) estiment les quantités de manière logarithmique mais avec l'apprentissage cette estimation évolue pour devenir linéaire dès la seconde année d'école élémentaire. Les auteurs précisent que l'exactitude de l'estimation est en corrélation avec les résultats scolaires en mathématiques, et ce pour les trois classes d'âges. De plus, cette étude montre que les enfants ont des estimations de plus en plus précises et linéaires avec l'âge et l'expérience, cependant elles restent assez éloignées de la linéarité parfaite. Concernant les enfants de seconde année d'école primaire, les auteurs précisent que « *the best fitting linear function accounted for an average of 64 % of the variance in their estimates* » et de manière générale, pour tous les enfants les auteurs précisent que « *the linear function was the best fitting for only 55 % of children* » (Siegler & Booth, 2004, p.8). Ces deux études confortent l'hypothèse selon laquelle la « *ligne numérique linéaire, qui nous apparaît si intuitive, est en fait une invention culturelle, dont l'apprentissage se fait lentement, au cours du cursus scolaire* » (Izard & al., 2008). Autrement dit, même si la compréhension de la représentation spatiale des nombres sur une ligne numérique serait assez vite comprise, la précision de l'estimation, serait davantage due à un apprentissage. De plus,

l'étude décrite de Sigler et Booth (2004) est inspiré d'une précédente étude menée par Siegler et Opfer (2003) auprès d'enfants de deuxième, quatrième et sixième année d'école et auprès d'adultes. Les participants devaient placer des nombres sur une ligne numérique allant de 0 à 1000. Les résultats montrent qu'à partir de la sixième année d'école, les enfants acquièrent une estimation pouvant se représenter par une courbe parfaitement linéaire, les auteurs précisent que « *the best fitting linear function accounted for 100 % of the variance in median estimates at each age [sixth graders and adults]* » (Siegler & Booth, 2004 p. 3).

Les compétences numériques qui seraient initialement présentes chez le tout jeune enfant, et chez les populations n'ayant pas développé le langage arithmétique seraient davantage liées au sens approximatif du nombre et s'appuieraient essentiellement sur deux processus : le subitizing et l'estimation.

2.1.4 Deux concepts clés : subitizing et estimation

La quantification permet de « *déterminer la numérosité d'un ensemble d'objets* » (Barrouillet & Camos, 2006), elle s'appuie sur trois processus : le subitizing (traduit en français par le terme de subitisation), le dénombrement et l'estimation. Dans cette sous-partie nous évoquerons essentiellement les processus de subitizing et d'estimation, le processus de dénombrement est davantage abordé dans la sous-partie « 2.3.3. Énumération et dénombrement ».

En 1982, Mandler et Shebo ont proposé à des adultes des ensembles d'objets qu'ils devaient nommer le plus rapidement possible en verbalisant le nombre d'objets présents dans la collection. Les chercheurs ont donc mesuré le temps de réponse. Les résultats obtenus montrent que les nombres 1, 2 et 3 se comportent de manière particulière par rapport aux autres puisque le temps de réponse est très rapide, plutôt stable et que le taux d'erreurs est très faible. Ce processus est nommé *subitisation*, ce terme « *suggère qu'il y a une perception subite, soudaine du nombre* » (Dehaene, 2008)¹. La subitisation s'arrêterait aux alentours de 3 objets, elle ne dépendrait pas de l'organisation spatiale de ces objets sauf si ceux-ci sont superposés (dans ces conditions la subitisation échoue) et elle dépendrait de l'attention dans le sens où si l'on doit développer une attention trop importante pour isoler les bons éléments à quantifier alors la subitisation échoue. Cette même étude de Mandler et Shebo (1982) montre que le

¹ Dans cette sous-partie « Deux concepts clés : subitizing et estimation » les citations ou les références faites à S. Dehaene (2008) proviennent du cours dispensé au collège de France en 2008, intitulé « Les fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire : le concept de nombre ».

temps de réponse des participants augmente de manière linéaire d'environ 300 ms par objet lorsque la collection compte entre 4 et 6 objets. Ce résultat permet de supposer que les participants ont besoin de compter le nombre d'objets puisque chaque objet compté correspond à une augmentation équivalente du temps. La subitisation et le comptage seraient deux processus distincts. Nous pouvons soutenir cette hypothèse par une étude menée par Dehaene et Cohen (1994) sur des patients souffrant de déficits attentionnels. Ceux-ci sont en échec dans les épreuves de comptage mais réussissent, partiellement pour certains et totalement pour d'autres, les épreuves de subitisation. En effet les résultats montrent que les participants font aucune erreur pour les collections contenant 1 ou 2 objets, très peu d'erreurs pour les collections de 3 objets (environ 10 % d'erreurs). Mais le déficit attentionnel survient de manière soudaine à partir de 4 objets, empêchant ainsi les participants de quantifier correctement la quantité d'objets présents dans la collection (environ 80 % d'erreurs). L'hypothèse de deux processus distincts seraient également appuyée par l'imagerie cérébrale, puisqu'une étude montre que l'activation des mouvements attentionnels est plus importante à partir de 4 objets (Piazza et al., 2003). La subitisation serait donc un processus automatique, indépendant de l'attention alors que le comptage serait un processus sériel, dépendant de l'attention.

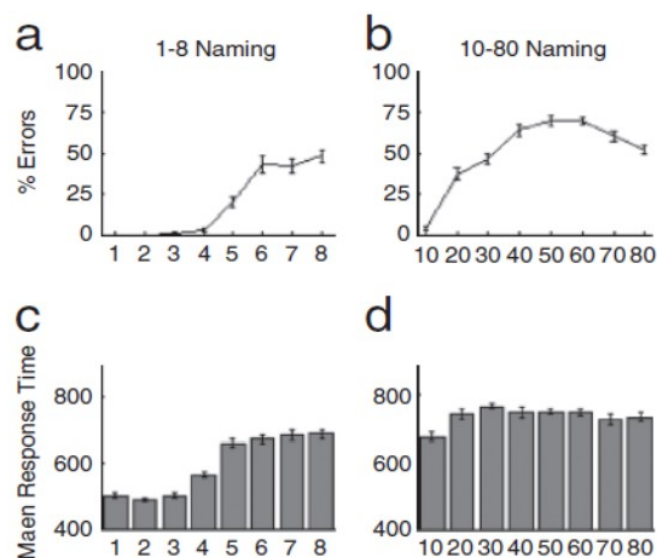


Figure 6: Pourcentage d'erreurs et temps de réponses en fonction des quantités présentées (Revkin & al., 2008)

Pour reprendre l'étude de Mandler et Shebo (1982) au-delà de 7 objets le temps de réponse des participants est plutôt stable (environ 2 000 ms) mais le taux d'erreur augmente

considérablement. Ce résultat tendrait à montrer qu'à partir de 7 objets les participants estiment la quantité d'éléments. L'estimation des quantités est souvent en deçà, mais elle reste corrélée à la quantité effectivement présentée (Izard & Dehaene, 2008), nous avons donc une tendance à la sous-estimation. Le processus d'estimation est distinct du processus du comptage puisque l'estimation est parallèle (contrairement au comptage qui est sériel), il est approximatif (contrairement au comptage qui est précis). Ce processus serait également distinct du processus de subitisation. Pour appuyer cette hypothèse Dehaene (2008) explique que l'estimation répond à la loi de Weber puisque « *l'écart-type des réponses est proportionnelle à la moyenne* » (Dehaene, 2008), mais que la subitisation est bien plus précise que ce que prédit la loi de Weber. Pour avancer cette justification, Dehaene (2008) s'appuie notamment sur une étude de Revkin et ses collaborateurs (2008). Au départ, les chercheurs pensaient que discriminer 2 objets de 3 objets serait équivalent à la discrimination de 20 objets versus 30 objets. Ils ont donc entraîné des sujets à nommer des quantités allant de 10 à 80 objets mais représentées uniquement par des dizaines entières. Les sujets n'ont pas reçu d'entraînement à la nomination des petites quantités allant de 1 à 8 puisque cette tâche est habituelle. Les résultats montrent que les nombres 1, 2 et 3 se comportent de manières différentes par rapport aux autres quantités, quelles soient des unités (de 4 à 8) ou des dizaines entières. En effet, concernant les réponses données pour les dizaines entières les taux d'erreurs sont assez importants (mis à part pour 10 qui est différent visuellement des autres dizaines et donc plus facilement reconnaissable). Cette étude montrerait donc que discriminer 1, 2 ou 3 objets ne revient pas à discriminer des quantités plus grandes (même sous la forme de dizaines entières). Ainsi le processus de subitisation de 1, 2 ou 3 objets est différent du processus mis en place pour estimer la cardinalité d'une collection plus importante. Le processus de subitisation ne peut donc pas être réduit à une facette de l'estimation mais semble bien être un processus distinct.

L'étude menée par Izard et Dehaene en 2008 sur l'estimation des quantités impliquerait que la cardinalité d'un ensemble soit représentée mentalement sous la forme analogique. Selon Dehaene cette représentation se ferait « *sous forme d'une distribution d'activation floue [...] qui ne permet pas d'atteindre le nombre exact mais qui est suffisamment précise pour avoir un nuage de réponse autour d'une valeur moyenne* » (Dehaene, 2008). Le code analogique est un des trois grands systèmes pouvant représenter mentalement les nombres, avec le code linguistique et le code Indo-Arabe écrit.

2.1.5 Modèle du triple code : Dehaene (1992)

En 1992, Dehaene propose un modèle théorique postulant que dans l'espèce humaine nous disposons mentalement de différents codes pour les mêmes nombres. Ce modèle est appelé triple code puisque selon Dehaene un même nombre peut être accessible sous le code analogique, le code linguistique et le code Indo-Arabe écrit. Le code analogique est une représentation des quantités numériques approximatives faisant partie du système pré-verbal, en ce sens qu'il peut être disponible chez le jeune enfant et même chez des espèces animales. Le code linguistique ou encore appelé verbal correspond aux noms des nombres nous permettant ainsi de dialoguer sur les nombres à l'oral ou à l'écrit. Le code Indo-Arabe, celui du chiffre arabe nous permet de « *véhiculer par écrit avec un système dédié, le nombre exact* » (Dehaene, 2008)². Ces trois systèmes coexistent mentalement, ils sont distincts mais par diverses procédures nous pouvons échanger des informations d'un code à l'autre, et ce de manière très rapide. Ce modèle stipule que les opérations arithmétiques reposent, en premier chef, sur l'un ou l'autre de ces codes. Ces codes agissent en parallèles mais chacun ayant sa spécificité dans l'opération en jeu. Par exemple, si l'on doit résoudre une multiplication : l'information est donnée sous une forme écrite par le code arabe, l'alignement des chiffres dans l'espace est traité par ce même code. Lorsque l'on multiplie les nombres, nous devons faire appel aux tables de multiplication stockées sous une forme verbale, en parallèle nous pouvons penser aux quantités nous permettant de vérifier que l'ordre de grandeur est suffisamment bon, dans ce cas l'information est davantage liée au code analogique.

2 Dans cette sous-partie « Modèle triple code : Dehaene (1992) » les citations ou les références faites à S. Dehaene (2008) proviennent du cours dispensé au collège de France en 2008, intitulé « Les fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire : l'impact des symboles sur la cognition numérique ».

Le modèle du triple code

Dehaene, *Cognition* 1992

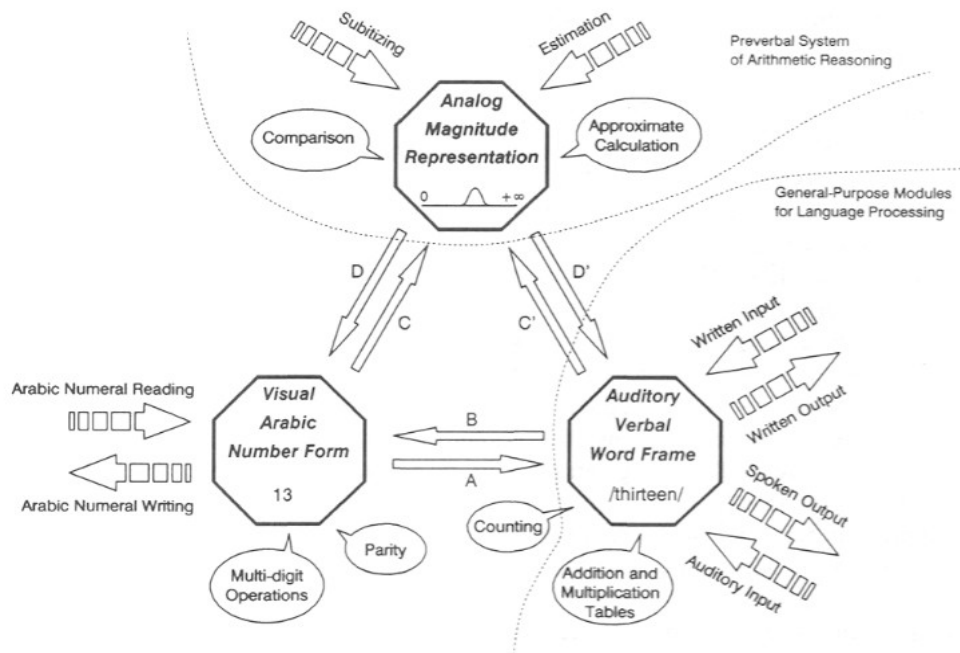


Figure 7: Modèle du triple code (Dehaene, 1992).

Le code verbal et le code écrit sont deux systèmes liés aux symboles. Le symbole est défini par Dehaene (2008) comme étant « *attaché aux quantités mais [pouvant] en être rendu distant* ». Ainsi les symboles complètent la représentation initiale des quantités et leurs mises en connexion avec le système analogique permettent à cette représentation d'évoluer. Selon une étude de Rivera et ses collaborateurs (2005), pour une même opération arithmétique, l'activité du cerveau est modifiée en fonction de l'âge des enfants observés. En effet, le développement de l'arithmétique engendre un accroissement de l'activité dans le lobe pariétal gauche correspondant au codage analogique des nombres et dans la région occipitale gauche correspondant au codage des symboles visuels des chiffres arabes. Dans le même temps, le développement de l'arithmétique s'accompagne d'une diminution de l'activité du cortex préfrontal bilatérale, correspondant à l'idée que les opérations s'automatisent progressivement (Rivera & al., 2005). Une étude de Piazza et ses collaborateurs (2004) questionne sur la possibilité qu'une même population de neurones qui s'activaient au départ sur la base de quantité (dans le cortex pariétal) s'activent par la suite sur la simple présentation d'un symbole numérique. Les auteurs testent leur hypothèse sur une quantité approximative de 20. Ils présentent aux participants des nombres écrits en chiffres arabes, proches de 20, faisant varier

la couleur, la disposition, la taille... permettant ainsi une habitude des neurones à la quantité « proche de 20 ». Cette habitude engendre une diminution de l'activité des neurones lorsque la même quantité est présentée plusieurs fois. Ensuite sont présentés aux participants des nombres déviants sous la notation de chiffres arabes ou de nuages de points, pouvant être proche des quantités d'habitude ou éloignés. Les résultats montrent que les deux régions pariétales présentent une réactivation à la présentation d'un nombre déviant éloigné de 20 même s'il est présenté sous la même forme de notation qu'au moment de l'habitude. Ainsi il existerait bien une adaptation permettant le passage d'une notation symbolique (chiffre arabe) à une notation non symbolique (nuages de points) et inversement. Pour compléter cette étude, nous pouvons présenter rapidement une étude menée par Verguts et Fias (2004) dans laquelle les chercheurs entraînent des participants à reconnaître une représentation symbolique des quantités (autre que le nombre écrit en chiffre arabe). Ensuite ils étudient le comportement des neurones lorsque les participants sont confrontés à des quantités représentées sous la forme non symbolique (ensemble d'objets) ou sous la forme symbolique entraînée. Les résultats montrent que les courbes d'accord pour les différents nombres présentent des pics dans les deux cas (pour une entrée non symbolique et pour une entrée symbolique) mais le profil de ces courbes est différent. En effet, les neurones marquent des préférences pour les quantités, quelles que soient ces représentations, symbolique ou non. Simplement ces préférences sont plus nettement marquées dans le cas d'une présentation symbolique du nombre par rapport à une présentation non symbolique. Autrement dit, le neurone répond de manière plus étroite, plus sélective à la quantité préférée lorsque celle-ci est symbolique. Le neurone répondrait donc de manière approximative lorsque la quantité est présentée de manière analogique et de manière précise lorsque la quantité est présentée de manière symbolique.

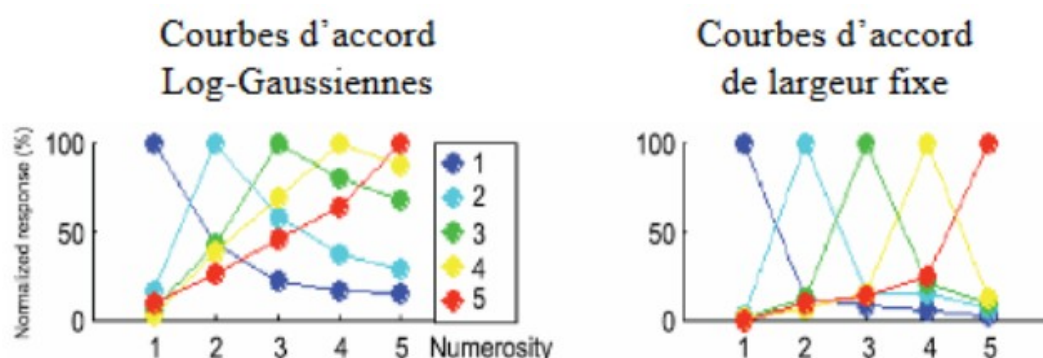


Figure 8: Résultats de l'étude de Verguts et Fias (2004) pour la réponse des neurones lors d'une présentation de quantités sous une forme non symbolique et sous une forme symbolique.

La complexité de ce triple code peut être illustrée par l'étude proposée par Cohen et Dehaene (2000), relatant les résultats de l'observation d'une participante atteinte d'alexie pure se caractérisant par une difficulté de dénomination des mots écrits et des chiffres arabes écrits (41 % d'erreurs sur les nombres à un chiffre et 90 % d'erreurs sur les nombres à deux chiffres) due à une lésion cérébrale massive mais restreinte à la région occipito-temporale gauche. Dans son cas l'accès direct au système verbal est perturbé mais le cerveau dispose d'une voie très indirecte passant par l'hémisphère droit pour accéder aux quantités, et par le biais d'un échange entre les deux régions occipitales la participante peut dénommer ces quantités à l'aide des systèmes intacts linguistiques situés dans l'hémisphère gauche. Cette participante est capable de comparer deux nombres (1 % d'erreur sur cette tâche de comparaison) même si elle est incapable de les nommer de manière juste. Elle est également capable de résoudre des opérations en calcul mental, au cours de l'expérimentation, la participante devait lire l'opération et ensuite énoncer le résultat. Dehaene (2008) cite quelques exemples : opération présentée « 4-2 », opération nommée par la participante « 4-3 », solution énoncée « 2 » ; opération présentée « 8-7 », opération nommée « 6-4 », solution énoncée « 1 » ; opération présentée « 9-2 », opération nommée par la participante « 4-3 », solution énoncée « 7 ». Ce phénomène est général pour les soustractions, l'énoncé est très souvent faux mais la solution énoncée est toujours correcte. Pour l'addition et la division, la participante a le même type de profil, c'est-à-dire qu'elle réussit à énoncer le résultat d'une opération même si sa dénomination est fautive. Cependant le profil est différent dans le cas où la participante est confrontée à des multiplications. Dans ces situations, elle énonce le résultat de l'opération qu'elle a elle-même nommée. Dehaene (2008) cite un exemple : opération présentée « 5×9 », opération nommée « 4×6 », solution énoncée « 24 ». Ainsi la participante connaît encore ses tables de multiplication, mais elle accède à ce qu'elle nomme elle-même et non pas à l'opération écrite. Cependant si les calculs lui sont donnés oralement, alors elle ne fera pas d'erreur (au-delà de la normalité). Cette étude de cas, permettrait d'appuyer le modèle du triple code selon lequel les opérations arithmétiques feraient appels à des « *circuits partiellement différents* » (Dehaene, 2008). Certaines opérations font appel au sens des quantités (comme la soustraction) tandis que d'autre font appel à un sens verbal (comme la multiplication). « *L'apprentissage de symboles verbaux donnent accès à des inventions culturelles telle que la table de multiplication, alors que d'autres opérations : la comparaison, l'approximation, la soustraction continuent d'exiger une manipulation interne des quantités* » (Dehaene, 2008).

Ces différents apports de la neuropsychologie nous permettent de comprendre que l'apprentissage peut modifier les représentations que l'on a d'un concept, comme c'est le cas pour le nombre. La représentation initiale du nombre est plutôt analogique et approximative. L'apprentissage permettrait d'accéder aux symboles offrant un enrichissement à cette représentation et en apportant également une nouvelle représentation exacte du nombre. Ces modifications se traduisent également dans l'organisation des réseaux neuronaux. Cette capacité du cerveau à se transformer est appelée plasticité cérébrale, elle est notamment influencée par les expériences, l'éducation mais aussi l'apprentissage. L'apprentissage s'appuie sur un traitement efficace des informations, qui s'appuie lui-même sur la cognition. La cognition peut se définir comme étant « *l'ensemble des processus mentaux et cérébraux qui permettent le traitement des informations et qui supportent les apprentissages* » (Jacques & Samier, 2016).

2.2 Des apports de la psycho-cognition

2.2.1 La cognition : les fonctions cognitives

La cognition est un objet d'étude appartenant au champ scientifique des sciences cognitives. Elles portent sur l'étude de la construction des connaissances, leurs utilisations et leurs transmissions pour tenter d'expliquer le fonctionnement de l'esprit. Les sciences cognitives s'appuient sur plusieurs disciplines : la neuroscience, la linguistique, l'anthropologie, la philosophie, la psychologie et l'intelligence artificielle. D'après le dictionnaire encyclopédique le Robert (2013) le terme de cognition vient du latin « *cognitio* » qui peut se traduire par connaître. Selon la philosophie la cognition se définit comme l'acte de connaître, et selon la physiologie comme étant un processus par lequel un organisme acquiert la conscience des événements et objets de son environnement. La cognition permet d'acquérir des informations sur l'environnement, de les élaborer (stocker, transformer, utiliser) afin de réguler les comportements. La cognition s'appuie sur plusieurs processus mentaux appelés les fonctions cognitives. Elles peuvent se regrouper en quatre grands domaines :

- les fonctions réceptives (gnosies, fonctions visuo-spaciales et attention) permettant de recevoir les informations,
- les fonctions mnésiques (mémoires) permettant de stocker les informations,

- les fonctions exécutives (planification, inhibition, flexibilité mentale, prise de décision, métacognition et attention) permettant de coordonner les autres fonctions et ainsi d'organiser mentalement les informations,
- les fonctions expressives (praxies et langage) permettent d'exprimer des informations.

Ces fonctions cognitives peuvent être altérées de façon durable ou définitive à cause d'un dysfonctionnement cérébral. Ce dysfonctionnement peut être global lorsqu'il touche l'ensemble des fonctions cognitives de façon homogène, il peut être spécifique lorsqu'il touche une ou plusieurs fonctions de manière particulière. Les troubles des fonctions cognitives sont définis par l'Organisation Mondiale de la Santé comme étant « un déficit significatif du développement intellectuel associé à des limitations de comportement adaptatif ». Christine Magnin de Cagny, dans un ouvrage dirigé par Egron (2017) décrit le profil des élèves atteints de ce trouble. Ils ont notamment, une mémoire de travail peu performante et vite saturée, une capacité d'attention et de concentration sur une tâche pouvant être réduite, une capacité limitée d'abstraction et de généralisation, une faible capacité à faire des liens entre les connaissances nouvelles et les connaissances anciennes ce qui entrave le raisonnement, une difficulté à transférer les acquis, les connaissances, les procédures d'une situation à une autre.

Les troubles dys sont des troubles cognitifs spécifiques dans le sens où les troubles affectent une ou plusieurs fonctions cognitives mais sans déficience intellectuelle globale. Ces troubles apparaissent au cours du développement de l'enfant et persistent à l'âge adulte. Certains de ces troubles impactent les apprentissages précoces (langage, gestes...) et d'autres impactent plus particulièrement les apprentissages scolaires (langage écrit, calcul...). Nous évoquerons ici, essentiellement la dyspraxie, puisque c'est le seul trouble dys rencontré par les élèves participants à la recherche menée. La dyspraxie se définit comme un trouble de la planification, de l'automatisation et de la coordination des gestes volontaires. Ce trouble impacte donc le développement moteur et/ou les fonctions visuo-spatiales.

2.2.2 Modèle de Piaget

2.2.2.1 Une explication du développement du raisonnement

Les travaux de Piaget ont apporté un certain éclairage à la compréhension des processus mentaux liés au développement du raisonnement chez les enfants. Siegler (2001) reprend dans les grandes lignes ces travaux, et rappelle que Piaget est un théoricien considérant le développement du raisonnement en succession de stades, selon lui il y en aurait quatre allant de la naissance à l'âge adulte. Le premier est sensorimoteur allant de la naissance à 2 ans, il correspond aux premiers réflexes moteurs, développés ensuite en procédures plus élaborées. Le second stade est préopératoire allant de 2 ans à 6-7 ans, il permet à l'enfant d'acquérir des moyens de représenter le monde de façon symbolique (par le dessin, par les images mentales, par le langage) selon ses propres perspectives et uniquement pour les situations statiques. Le troisième stade est celui des opérations concrètes allant de 6-7 ans à 11-12 ans, à ce stade les enfants prennent en compte le point de vue de l'autre et peuvent se représenter correctement les situations avec transformations. Cependant le raisonnement s'appuie encore sur des situations concrètes. Le dernier stade, atteint à l'âge de 11-12 ans correspond aux opérations formelles. À ce stade, les enfants peuvent raisonner sur des théories et à partir de concepts abstraits.

Le passage d'un stade à l'autre se réaliserait grâce à trois processus : l'assimilation, l'accommodation et l'équilibration. L'assimilation est un processus permettant à une personne de transformer une information reçue pour que celle-ci soit utilisable en fonction du mode de pensée dont elle dispose. L'accommodation est un processus permettant à la personne d'ajuster sa pensée aux expériences nouvelles. L'assimilation et l'accommodation sont deux processus qui interagissent entre eux continuellement. Pour mieux les comprendre, Siegler (2001) donne l'exemple d'un bébé qui veut prendre un nouvel objet. Il va dans un premier temps s'appuyer sur ce qu'il connaît des objets pour adopter une certaine attitude de préhension, c'est l'assimilation. Cependant il va devoir adapter son geste à la forme de ce nouvel objet, c'est l'accommodation. Enfin l'équilibration est un processus permettant à la personne d'intégrer ses connaissances en un tout unifié. Piaget explique que la personne a certaines connaissances, c'est une phase d'équilibre, puis des expériences nouvelles engendrent un questionnement, des doutes par rapport à ces premières connaissances, c'est une phase de déséquilibre qui basculera dans un nouvel équilibre lorsque des connaissances plus développées auront été adoptées.

Ces travaux de Piaget sur le développement général du raisonnement chez les enfants peuvent nous permettre de mieux comprendre quelques concepts clés tenant une place fondatrice dans le développement de la cognition mathématique. La cognition mathématique peut se définir comme étant l'ensemble des processus mentaux impliqués dans les apprentissages mathématiques.

2.2.2.2 Trois concepts clés : la conservation, la classification et les relations

Le concept de conservation se développe à tous les âges. À la fin de la période sensorimotrice, l'enfant est capable de comprendre que l'existence des objets est conservée même lorsqu'ils subissent certaines transformations, par exemple quand ils sont cachés. Au cours des périodes pré-opératoire et opératoire concrète, les enfants étendent cette conservation à de nouvelles qualités des objets. En effet, à la fin de la période des opérations concrètes, les enfants comprennent que si un objet subit des transformations modifiant son apparence, les propriétés comme la quantité, la longueur, le poids... sont conservées. Par exemple, Piaget décrit une situation de conservation où l'enfant comprend qu'écarter les objets d'une collection n'en modifie pas sa quantité. Au cours des opérations formelles, les adolescents et les adultes comprennent des formes plus complexes de conservation, comme celles impliquant le mouvement.

Le concept de classe correspond aux regroupements que l'on peut faire de divers éléments en un seul groupe sur la base d'au moins un critère commun. Les enfants, commencent à se détacher des objets au sens où ils commencent à concevoir un objet ou un ensemble d'objets comme ayant des qualités pouvant être partagées par d'autres. Par exemple, une classe possible peut être un ensemble de trois éléments. Au départ si l'on présente à un enfant trois crayons, trois bouchons, trois voitures et trois champignons, il ne va percevoir que des collections différentes sans éléments communs. Puis avec le développement de son raisonnement, l'enfant va comprendre que ces différents ensembles appartiennent à une seule et même classe, la classe des « trois ». Ce concept est lié au concept de sériation, dans le sens où l'enfant développe la capacité de comprendre une classe aussi au regard des relations qu'elle peut entretenir avec d'autres classes. Pour reprendre notre exemple sur la classe des « trois », l'enfant va pouvoir comprendre cette classe en comparaison à d'autres classes. Par exemple la

classe des « trois » est plus grande que la classe des « deux », mais elle est plus petite que la classe des « quatre ».

Au stade sensorimoteur les enfants classent essentiellement les objets selon leur fonction. Des progrès importants sont réalisés par les enfants durant le stade pré-opératoire. Ils peuvent classer des objets selon un critère donné, mais la classification peut parfois être faussée du fait qu'ils se centrent sur une seule dimension. Par exemple, un enfant classe des objets en fonction de la caractéristique couleur, dans ce cas il prend un triangle bleu et le met dans les objets bleus mais ensuite s'il prend un triangle rouge il pourrait se tromper et le mettre avec la collection précédente car juste avant il avait manipulé un objet triangle. Ceci expliquerait le fait que ces enfants soient en difficulté pour résoudre les problèmes d'inclusion des classes, « Y a-t-il plus de chats ou d'animaux ? », en effet ils ne peuvent concevoir qu'un objet peut appartenir à une sous-classe (chat) et en même temps à une catégorie supérieure (animal). À ce stade la compréhension des relations progresse également, ils sont par exemple capables de sérier des éléments du plus grand au plus petit ou inversement. Cependant, ils se trouveront en difficulté s'il leur est demandé de placer un nouvel élément dans la série, à ce stade-là ils procéderont par essais-erreurs jusqu'à trouver la bonne solution. Au stade des opérations concrètes, les enfants réussissent à réunir ces deux concepts, ils peuvent traiter la classification et les relations en un seul système. Enfin au stade des opérations formelles, les adolescents et les adultes sont capables « *de penser des relations de relations et des classes de classes* » (Siegler, 2001).

2.2.3 La genèse du nombre : Piaget et ses limites

Les travaux de Piaget nous permettent de comprendre comment l'enfant construit le concept de nombre. Le concept de conservation est essentiel pour les enfants dans la construction du nombre puisque « *selon Piaget, un nombre ne serait intelligible que dans la mesure où il demeure identique à lui-même quelle que soit la disposition des unités dont il est composé* » (Barouillet, 2006). Autrement dit, pour construire l'aspect cardinal du nombre, il est nécessaire que l'enfant comprenne que les transformations de l'aspect physique d'un ensemble d'éléments ne modifient en rien la quantité d'éléments présents dans l'ensemble. Pour illustrer ce propos, prenons l'exemple d'une épreuve proposée par Piaget à des enfants d'âges différents. Une rangée d'objets est présentée aux enfants, ils sont invités à reproduire une rangée contenant autant d'objets. Les plus jeunes enfants ne percevraient qu'une indication

spatiale pour reproduire la rangée, sa longueur, ne respectant ainsi pas nécessairement de correspondance terme à terme. Plus tard, les enfants seraient capables de reproduire la rangée en réalisant une correspondance terme à terme, cependant si l'une des deux rangées se trouve modifiée (en resserrant ou en espaçant les objets) alors l'équivalence entre les deux rangées est perdue aux yeux des enfants. Ce ne serait qu'au stade des opérations concrètes (environ 7 ans) que les enfants seraient capables de percevoir l'égalité numérique entre les deux rangées même si l'une d'elle est transformée. À ce stade, les enfants comprennent que tant qu'aucun élément n'est ni ajouté ni enlevé à une collection alors la quantité d'éléments reste identique. Ferrada (2007) précise que l'acquisition du concept de conservation implique deux capacités cognitives : la décentration et la réversibilité. La décentration correspond à la capacité de pouvoir prendre en compte de manière simultanée différentes caractéristiques d'un objet. La réversibilité correspond à la capacité de « *renverser ou nier une action en reproduisant mentalement le chemin inverse* » (Ferrada, 2007).

Selon Piaget, le nombre serait construit par la « *coordination d'une classification et d'une sériation permettant à l'enfant d'appréhender simultanément les aspects ordinal et cardinal des entiers naturels* » puisque « *le nombre procéderait de la construction d'unités égales entre elles et cependant sériables, mais dans une série où les relations entre objets sont toutes égales et équivalentes entre elles* » (Barrouillet & Camos, 2006). Ainsi, la classification permet aux enfants de considérer comme équivalentes des collections pouvant différer par rapport aux formes des objets, leurs tailles, leurs espacements etc, mais dont la quantité d'objets est identique. La sériation va permettre aux élèves de comprendre la suite ordonnée des nombres entiers naturels : 2 est plus petit que 3 mais plus grand que 1, leur permettant de les comparer en termes de plus ou de moins.

Les apports de Piaget sont insuffisants pour comprendre la construction du nombre chez les jeunes enfants. Selon Piaget, l'enfant n'est capable de comprendre le nombre qu'à partir du moment où les concepts de conservation, classification et sériation sont acquis, aux environs de 7 ans. Certes l'acquisition de la conservation contribue à la compréhension du concept nombre, mais elle ne détermine pas l'acquisition d'autres habiletés comme le comptage. L'enfant accède au comptage avant la conservation. Barrouillet (2006) rappelle que « *les premières habiletés arithmétiques concernant l'addition et la soustraction sont directement (et spontanément !) dérivées par les enfants de leurs habiletés de dénombrement, lesquelles reposent [...] sur l'acquisition de la chaîne numérique verbale* ». Ces connaissances chez les jeunes d'âge

préscolaire ne signifient pas qu'ils ont construit le concept nombre, mais pour autant ils ont construit des connaissances sur le nombre : notamment par le comptage et le dénombrement.

2.2.4 Compter et dénombrer

Compter et dénombrer sont deux termes utilisés parfois comme des synonymes, cependant ils représentent deux compétences différentes. Ces termes sont parfois confondus car dans notre culture, le dénombrement passe le plus souvent par le comptage des éléments composant la collection.

Lorsqu'un enfant compte il récite la suite numérique verbale, nommant ainsi les mots-nombres les uns à la suite des autres. Notre système numérique, qu'il soit oral ou écrit, « mobilise un système linguistique (i.e. verbal) faisant intervenir un lexique et des règles de combinaison » Camos (2006). Le lexique permet d'associer une dénomination et une seule à une cardinalité (par exemple la quantité 5 ne pourrait être nommée par un autre nombre que « cinq »). Les règles combinatoires permettent d'élaborer des dénominations complexes correspondant à une cardinalité (par exemple la dénomination cinq-cent-quarante-trois permet d'indiquer une seule quantité : 543). Dans notre langue, les mots nombres allant de 1 à 16, puis le nom des dizaines entières sont à connaître par cœur, ils relèvent du lexique. Pour les autres, les nombres sont construits à partir de ces mots existants et traduisant notre numération en base 10, ce sont les règles de combinaison. Selon Camos (2006), les enfants acquerraient la chaîne numérique verbale entre deux et six ans.

Fuson et ses collaborateurs (1982) décrivent les suites numériques produites par des enfants en cours d'apprentissage. Ils repèrent trois parties au cours des récitations :

- la partie stable et conventionnelle : elle correspond aux mots-nombres énoncés par l'enfant dans un ordre fixe d'une récitation à l'autre et correspondant à l'ordre établi par notre numération orale.
- la partie stable et non conventionnelle : elle correspond aux mots-nombres énoncés par l'enfant dans un ordre fixe d'une récitation à l'autre mais les mots-nombres ne sont pas énoncés dans l'ordre conventionnel de notre numération orale.
- la partie ni stable ni conventionnelle : elle correspond aux mots-nombres énoncés par l'enfant dans un ordre changeant d'une récitation à l'autre et ne se basant pas sur l'ordre conventionnel de notre numération orale.

1 2 312	14 18 19	15 19
1 2 312	14 18 19	15 17 18
1 2 312	14 18 19	15 17 18 19 17
1 2 312	14 18 19	15 16 17 18 19 15 17
1 2 312	14 18 19	16 17 12 14 18 19
1 2 312	14 18 19	16 17 18 19 16 17 18
1 2 312	14 18 19	13
Partie stable et conventionnelle	Partie stable et non conventionnelle	Partie ni stable ni conventionnelle

Figure 9: Exemple de productions verbales d'un enfant de 3 ans et 10 mois, Fuson (1982).

Fuson et ses collaborateurs (1982) décrivent également l'organisation de cette chaîne numérique verbale. Elle est dite « *insécable* » lorsque l'enfant doit nécessairement commencer à partir de 1 et qu'il ne peut la réciter qu'en avançant, il ne peut pas compter à rebours. Cependant l'enfant est capable de s'arrêter au mot nombre indiqué. La chaîne est dite « *sécable* » lorsque l'enfant est capable de compter à partir de n'importe quel endroit de la suite numérique, et qu'il est également capable de compter à rebours. Enfin la chaîne est dite « *terminale* » lorsque l'enfant est capable de manipuler la suite numérique avec davantage d'efficacité, par exemple en comptant n nombres à partir d'un nombre donné.

Le comptage est utilisé lorsque l'on dénombre une collection. Le dénombrement est un outil possible permettant de répondre à la question « Combien y a-t-il d'objets ? ». En effet, pour déterminer la quantité d'une collection je peux associer à chaque élément un mot-nombre jusqu'à énoncé le dernier mot-nombre représentant l'ensemble des éléments de la collection, autrement dit le cardinal de la collection. Rappelons que le dénombrement est un processus de quantification au même titre que le subitizing et l'estimation. Selon Gelman et Gallistel (1978) le dénombrement s'appuie sur cinq principes qui seraient implicites :

- le principe de correspondance un à un : chaque élément de la collection est associé à une et une seule étiquette.
- le principe d'ordre stable : la suite des étiquettes est ordonnée, fixe à chaque dénombrement.
- le principe de cardinalité : la dernière étiquette utilisée correspond au cardinal de la collection.
- le principe d'abstraction : la différence des éléments de la collection ne modifie pas le dénombrement.
- le principe de non-pertinence de l'ordre : l'ordre dans lequel les éléments sont dénombrés ne modifie pas le cardinal de la collection.

Les auteurs emploient le terme d'étiquettes pour signifier que la désignation peut être réalisée autrement que par les mots-nombres énoncés oralement. Un enfant pourrait dénombrer une quantité à l'aide de ces doigts par exemple. Tous les chercheurs ne s'accordent pas avec ces principes comme étant implicites, Camos (2006) rappelle que selon certains chercheurs ces principes s'acquièrent progressivement à force de pratiques répétées et que « *le lien entre dénombrement et cardinalité trouverait son origine dans le subitizing* » (Barrouillet & Camos, 2006).

2.3 Énumérer et dénombrer

2.3.1 Énumération : les travaux de Briand (1999)

Les travaux de Briand sont une référence pour comprendre et définir l'énumération. Dans cette sous-partie concernant ses travaux, nous nous appuyons sur l'article « *Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique* », publié en 1999 dans la revue Recherches en Didactique des Mathématiques.

Cette étude de Briand met en lumière le fait que certains savoirs mathématiques s'appuient sur des connaissances qui seraient assez peu enseignées, notamment au moment où l'étude est parue, mais qui seraient essentielles à la construction des apprentissages. C'est par exemple le cas de l'énumération, connaissance qui serait fondamentale dans l'apprentissage du dénombrement. En effet selon Briand si un élève ne peut énumérer correctement une collection alors il risque d'échouer lors d'une tâche de dénombrement, même s'il possède la suite numérique. Briand prend l'exemple d'un élève de CP devant « *compter le nombre d'éléments de la collection*³ » présentée ainsi :

3 Toutes les citations en italiques de cette sous-partie Énumération : les travaux de Briand, proviennent de l'article « *Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique* », de J. Briand publié en 1999.

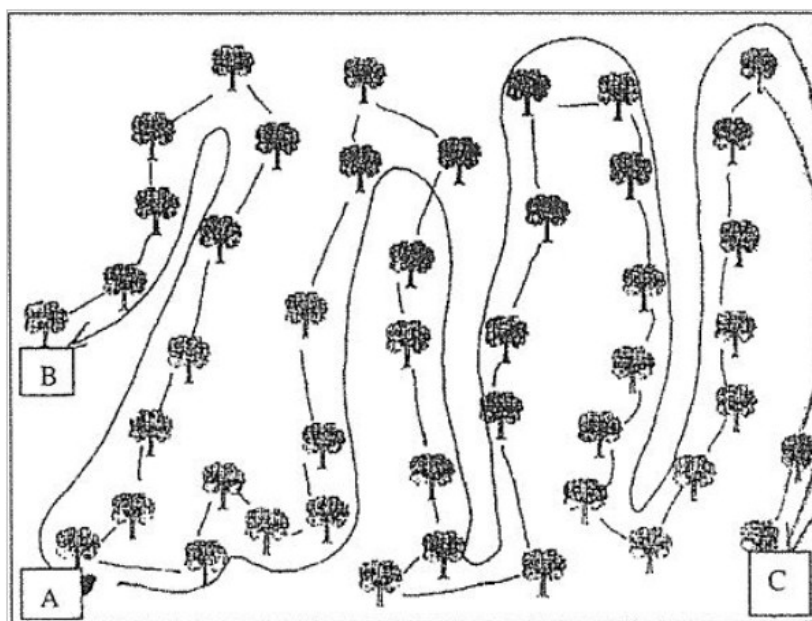


Figure 10: Collection proposée par Briand (1999).

La procédure mise en place par l'élève est ici infructueuse puisqu'il échoue à dénombrer les éléments de la collection. Briand explique que l'enfant n'arrive pas à réorganiser les deux chemins tracés, l'un allant de A à B et l'autre allant de A à C, en un seul chemin. L'élève échoue alors qu'il a la connaissance de la suite numérique et qu'il met bien en place un procédé exploratoire de la collection.

« Il s'agit donc d'une absence de connaissance (l'énumération) qui se manifeste par une absence de synchronisation effective entre une connaissance numérique et une organisation conjointe de la collection et qui empêche l'inventaire de la collection » (Briand, 1999).

2.3.1.1 Protocole expérimental : la situation des boîtes d'allumettes

Pour comprendre ce qu'est l'énumération, illustrons cette connaissance par la description d'une des épreuves menées par Briand, s'adressant à des élèves scolarisés dans deux classes de Grande Section de Maternelle (âgés de 4 à 5 ans). Cette situation est une situation fondamentale au sens de la théorie des situations didactiques de Brousseau (1986). Dans cette situation, les élèves ont devant eux des boîtes d'allumettes toutes identiques, percées sur le côté d'un trou. Ils doivent placer une allumette et une seule dans chacune des boîtes sans les ouvrir, ils doivent donc utiliser le trou sur le côté pour faire entrer l'allumette.

Une fois qu'ils pensent avoir terminés, ils doivent le signaler avant de vérifier si la tâche est réussie ou non, en ouvrant chacune des boîtes. Les élèves réussissent la tâche « *s'il y a une seule allumette dans chaque boîte et si aucune boîte n'est vide* ». Plusieurs variantes ont été proposées aux élèves, cependant nous nous intéresserons plus particulièrement à la situation où les élèves possèdent 20 boîtes d'allumettes déplaçables. Les résultats de cette épreuve montrent que les élèves sont un peu moins de la moitié à échouer au cours du premier essai (22 élèves en échecs sur 52 au total). Un deuxième essai est proposé à 19 des 22 élèves ayant échoué, dont 8 restent en échec. Briand explique qu'une cause d'erreur possible est une rupture dans le geste permettant de réaliser la suite allumette-boîte, allumette-boîte... Cette rupture peut être engendrée par une distraction extérieure, Briand expose le cas d'un élève qui regarde ce que fait la maîtresse et suite à cela, une rupture est créée amenant l'enfant à mettre deux allumettes dans une même boîte. Ainsi pour réussir cette tâche, les élèves sont amenés à réaliser un inventaire de chacune des boîtes d'allumettes. En ce sens, Briand analyse plus particulièrement les résultats obtenus par une des deux classes de Grande Section Maternelle. Dans cette classe : 2 élèves n'ont aucune stratégie apparente, 20 élèves mettent à l'écart les boîtes remplies, 5 élèves repèrent un chemin a priori, et 1 élève organise au préalable la collection de boîtes d'allumettes.

2.3.1.2 Une définition de l'énumération

Les connaissances nécessaires à la tâche d'inventaire définissent ce qu'est l'énumération. L'énumération se manifeste par différentes étapes permettant de passer « *en revue tous les éléments d'une collection finie une fois et une seule* ». Ces différentes étapes sont définies ainsi par Briand :

1. Être capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné.
2. Choisir un élément d'une collection.
3. Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis.
4. Concevoir la collection des objets non encore choisis.
5. Recommencer (pour la collection des objets non encore choisis).
6. Savoir que l'on a choisi le dernier élément.

Ainsi, les travaux de Briand, nous permettent de comprendre l'acte d'énumérer comme un acte d'inventaire dans le sens où pour réaliser un inventaire efficace, on « *suppose d'abord*

qu'à un seul objet corresponde un symbole et un seul, ensuite que tous les objets de la collection soient désignés ». Les travaux de Briand ont engagé d'autres recherches, notamment celles menées par Margolinas et ses collaborateurs (2015), permettant d'enrichir la compréhension de la connaissance d'énumération.

2.3.2 Énumération : apports de Margolinas et ses collaborateurs (2015)

2.3.2.1 Exemples de situations expérimentales mathématiques

Pour comprendre les apports de Margolinas et ses collaborateurs (2015), commençons par décrire deux tâches différentes, relevant toutes deux du domaine des mathématiques, proposées à des enfants âgés de 4 à 12 ans.

Dans une première tâche, des points sont marqués sur une feuille, ensuite un seul sucre est posé sur chacun des points, ils sont enfin recouverts d'un chapeau. Il est demandé aux enfants de récupérer tous les morceaux de sucre ; pour cela ils doivent soulever un chapeau, prendre le morceau de sucre qui se trouve dessous, mettre le morceau de sucre dans un récipient, replacer le chapeau sur l'emplacement initial marqué par le point. Les enfants ne peuvent soulever un autre chapeau que s'ils ont bien placé le morceau de sucre précédent dans le récipient prévu à cet effet. Enfin, les enfants doivent signaler qu'ils ont récupéré tous les morceaux de sucre en disant « *j'ai fini* ». L'enfant peut perdre dans deux cas : le premier, si au cours de la manipulation l'enfant soulève deux fois le même chapeau, et ainsi il n'y aura plus de sucre dessous ; le second, si à la fin de la manipulation, il reste au moins un sucre non ramassé sur la table. Ainsi, pour gagner les enfants doivent soulever une et une seule fois chacun des chapeaux ; ainsi la collection sera énumérée. Autrement dit pour réussir, les enfants doivent organiser l'espace en le partitionnant entre les éléments traités et les éléments non encore traités. Dans cette situation, la partition peut se faire selon deux méthodes. L'une des méthodes est celle des « paquets » qui est utilisée quand les enfants perçoivent des petits groupements au sein de l'organisation des éléments, ensuite dans chacun de ces groupements tous les éléments sont énumérés. L'autre est celle de la linéarisation qui correspond au fait que les enfants tracent mentalement un chemin permettant de rejoindre les éléments un à un, ce chemin peut être plus ou moins bien repérable.

Dans une seconde tâche, les enfants doivent trier des jetons en fonction de la présence ou non d'une gommette sur l'une des faces. Les jetons sont regroupés tous ensemble dans un

espace de la table. Les enfants doivent donc extraire un premier jeton de cet espace, vérifier s'il y a une gommette dessus et créer un espace spécifique en plaçant ce jeton en dehors du premier espace. Dans le cas où le jeton a une gommette, l'espace choisit sera l'espace pour les jetons avec gommette ; mais dans le cas où il n'y a pas de gommette, ce sera l'espace pour les jetons sans gommette. Ensuite l'enfant réitère les actions décrites précédemment jusqu'à épuisement des jetons. Ainsi, au cours de la tâche l'espace de travail se divise en au moins trois ensembles : l'espace des jetons avec gommette (nommé E+), l'espace des jetons sans gommette (nommé E-), enfin l'espace des jetons non triés, et éventuellement un espace de traitement des jetons. Cependant pour que l'enfant réussisse la tâche, il est nécessaire que ces espaces soient clairement identifiés. Dans la figure ci-dessous, l'enfant de 4 ans ne distingue pas suffisamment les différents espaces ce qui la conduira à échouer la tâche de tri.

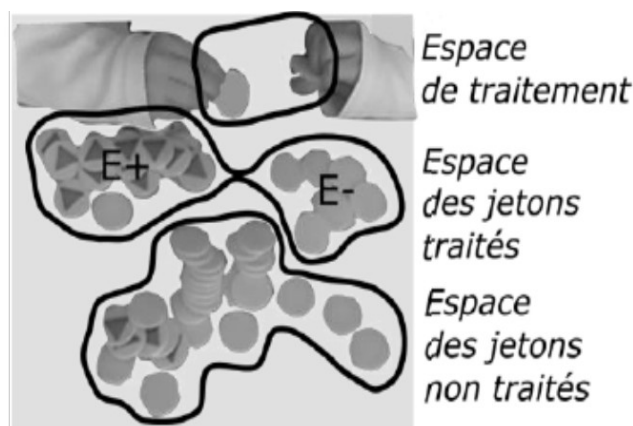


Figure 11: Organisation de l'espace lors de la tâche de tri.

Les deux situations décrites précédemment diffèrent sur un point important dans la construction de la collection. Dans la première tâche, les éléments ne sont pas déplaçables : les chapeaux doivent être soulevés pour récupérer les sucres mais ces derniers doivent être remis à leur place. Ainsi les espaces entre les chapeaux traités et les chapeaux non traités ne sont pas physiquement visibles de l'extérieur. Dans la deuxième situation, les éléments sont déplaçables, ainsi les espaces entre les jetons traités et les jetons non traités peuvent être physiquement visibles de l'extérieur. Il existe des situations où la réalisation d'une même tâche implique une articulation entre une collection où les éléments sont déplaçables et une collection où les éléments sont fixes. C'est le cas d'une situation non mathématique étudiée par Margolinas et ses collaborateurs (2015).

2.3.2.2 Exemple de situation expérimentale non mathématique

Margolinas et ses collaborateurs (2015) ont également étudié une tâche relevant de la lecture et de l'écriture, proposée à des élèves de maternelle. Pour cette tâche les élèves ont à disposition une feuille sur laquelle est écrit le mot « trampoline » en lettres capitales et en dessous de celui-ci est tracé une bande contenant autant de cases que le mot n'a de lettres. Ils ont également une bande avec toutes les lettres de l'alphabet écrites en scriptes. La consigne donnée aux élèves pour réaliser la première tâche est : *« Vous devez d'abord découper les lettres scriptes qui sont sur cette bande et les déposer dans la boîte. Vous allez coller les lettres dans les cases de la fiche pour écrire le mot qui correspond au modèle »*. La deuxième partie de la tâche ne sera pas décrite ici. Pour réaliser cette tâche les élèves doivent articuler deux types d'explorations pour deux types de collections. La première collection est l'ensemble des lettres écrites en scriptes, collection déplaçable et modifiable. La deuxième collection est l'ensemble des lettres composant le mot « trampoline » écrit en lettres capitales, collection non déplaçable et non modifiable. Une stratégie possible mise en place par les élèves est qu'ils peuvent partir du mot « trampoline », ils choisissent une lettre du mot, ils gardent en mémoire la lettre cherchée puis ils se concentrent sur la collection des lettres scriptes pour trouver l'équivalente. Margolinas et ses collaborateurs (2015) expliquent que cette stratégie est majoritairement utilisée mais que les élèves sont particulièrement mis en difficulté à cause d'un manque d'organisation de l'espace entre les éléments traités et les éléments non traités. Cette difficulté d'organisation de l'espace est aussi visible dans la stratégie où un élève prend une lettre dans le tas des lettres scriptes, vérifie que celle-ci appartient au mot, mais si ce n'est pas le cas il la replace dans le tas initial, engendrant ainsi un allongement de la tâche puisque l'élève peut retomber sur cette même lettre alors qu'elle avait déjà été traitée. Les auteurs nous précisent que dans cette tâche l'énumération n'est pas une condition nécessaire pour réussir la tâche, en effet les éléments de la collection modifiable peuvent être traités plusieurs fois. *« Cependant, la mise en œuvre d'une technique d'exploration systématique qui, pour la collection mobile des étiquettes, correspond à un tri entre traité et non traité, permet de diminuer la complexité de la tâche. »* (Margolinas & al., 2015)

2.3.2.3 Une définition complétée de l'énumération

Ces trois tâches précédemment décrites nous permettent d'éclaircir ce qu'est la connaissance d'énumération. Lors d'une tâche d'énumération, la collection est à construire et pour ce faire il est nécessaire de passer en revue chaque élément de la collection. Pour réussir ce traitement, la partition de l'espace est un aspect fondamental. En ce sens, chacune des tâches décrites relèvent donc de l'énumération, cependant une différence importante existe. Dans la première tâche, celle des chapeaux, chaque élément doit nécessairement être traité une et une seule fois pour réussir. Dans les deux autres tâches, celle du tri des jetons et celle des lettres, chaque élément ne doit pas nécessairement être traité une et une seule fois, même si c'est un critère d'efficacité. Précisons que dans la situation des lettres du mot « trampoline », chaque élément composant la collection mobile, n'est pas nécessairement passer en revue ; contrairement aux deux autres situations.

Au regard de ces trois tâches, Margolinas et ses collaborateurs (2015) décrivent l'énumération comme une situation particulière d'exploration d'une collection. La tâche proposée peut relever d'une *situation d'énumération simple* ou d'une *situation d'énumération fondamentale* (au sens de Brousseau (1986), en se basant sur la théorie des situations didactiques). Une situation d'énumération est dite *simple* lorsque l'énumération est une condition suffisante pour réussir la tâche. Autrement dit, utiliser la stratégie consistant à explorer chaque élément de la collection une et une seule fois permet de réussir la tâche, mais si les éléments sont traités plus d'une fois la tâche peut tout de même aboutir à une réussite, c'est le cas de la tâche du tri de jetons et de la tâche des lettres. Une situation d'énumération est dite *fondamentale* lorsque l'énumération est une condition nécessaire et suffisante pour réussir. Autrement dit, utiliser la stratégie consistant à explorer chaque élément de la collection une et une seule fois est la seule stratégie permettant de réussir la tâche ; si un élément est traité plus d'une fois ou aucune, la tâche est échouée, c'est le cas de celle des chapeaux et également de la situation des boîtes d'allumettes proposée par Briand (1999).

Pour redéfinir l'énumération, les auteurs utilisent la théorie des multi-ensembles, développée pour l'étude mathématique de problèmes de tri en informatique (Blizard, 1989; Singh, Ibrahim, Yohanna, & Singh, 2008), avec entre autres la notion de multiplicité permettant de décrire une situation où un même élément d'un ensemble peut être traité plusieurs fois. L'énumération est une « *connaissance qui permet l'exploration d'un ensemble E avec une*

multiplicité de traitement égale à 1 pour tout élément » (Margolinas & al., 2015). Au regard de ces travaux, Margolinas et ses collaborateurs (2015), définissent ainsi l'acte d'énumérer :

« Énumérer une collection consiste à *traiter chaque élément d'une collection une fois et une seule*, ce qui revient à produire un ordre total permettant d'identifier chaque élément une fois et une seule. [...] Pour réaliser un tel traitement, il est nécessaire de *réaliser à tout moment une partition de la collection entre les éléments déjà traités et les éléments qui ne sont pas encore traités*. » (Margolinas et al., 2015)

2.3.3 Énumération et dénombrement

En utilisant la définition de l'énumération proposée par Margolinas et ses collaborateurs (2015) s'appuyant sur Briand (1999) nous pouvons éclairer la situation de dénombrement au regard de l'énumération. Lorsqu'un élève est en échec dans la situation de dénombrement par comptage cela peut être dû au fait que l'élève pointe deux fois un même élément (au moins) ou qu'il n'arrive pas à pointer chaque élément l'un après l'autre sans en oublier. Dans ce cas, l'élève ne peut « *produire une relation d'ordre totale dans l'ensemble des points* ». (Margolinas & al., 2015) En effet, chaque élément de la collection doit nécessairement être passé en revue une et une seule fois. Au regard de la théorie des multi-ensembles, dans la situation de dénombrement (que les objets soient déplaçables ou non) la multiplicité de traitement doit être égale à 1 pour permettre d'apparier chacun des éléments de la collection à la suite numérique correspondante. C'est pourquoi, lorsqu'un élève doit dénombrer une collection, seule l'utilisation de l'énumération permet d'explorer la collection avec réussite.

Briand (1999) expose les différentes étapes nécessaires au comptage du nombre d'éléments d'une collection finie, parmi ces étapes, six relèvent de l'énumération, comme nous l'avons vu précédemment. Les étapes ne relevant pas de l'énumération sont ici mises en gras :

1. Être capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné.
2. Choisir un élément d'une collection.
3. **Énoncer un mot-nombre** (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mot-nombres).
4. Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis.
5. Concevoir la collection des objets non encore choisis.

6. Recommencer (pour la collection des objets non encore choisis) les étapes 2-3-4-5 tant que la collection des objets à choisir n'est pas vide.

7. Savoir que l'on a choisi le dernier élément.

8. Énoncer le dernier mot nombre.

La connaissance d'énumération est donc nécessaire à la réussite d'une tâche de dénombrement d'une collection. Cependant, que les éléments soient déplaçables ou non, il est essentiel pour l'élève de développer des stratégies efficaces d'exploration de cette collection.

2.3.4 Stratégies d'exploration d'une collection

Pour apporter davantage de précision sur les stratégies mises en place par les enfants en situation d'énumération, Margolinas et ses collaborateurs (2015) proposent une analyse a priori des comportements attendus par les enfants dans la situation décrite des morceaux de sucre recouverts d'un chapeau. Les stratégies décrites sont les suivantes :

– Le cheminement de proche en proche : l'énumération commence et le dernier objet énuméré est mémorisé, ensuite un objet proche est choisi pour être énuméré à son tour. L'action est réitérée jusqu'à épuisement des éléments. La difficulté est de mémoriser chacun des éléments notamment quand deux éléments sont proches. C'est le cas de l'exemple ci-dessous, emprunté à (Margolinas et al., 2015)

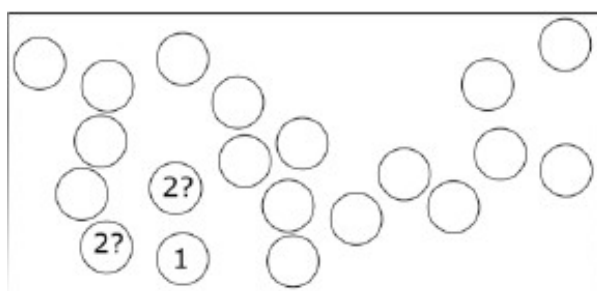


Figure 12: Cheminement de proche en proche.

– La constellation : c'est lorsque l'on peut voir une configuration de points faisant penser à quelque chose de connue, par exemple l'image d'une maison, les points d'un dé... Dans ce cas suivre le chemin de cette constellation peut s'avérer efficace pour réussir.

– Les bords : cette technique est utilisée quand les objets sont énumérés en commençant par ceux qui sont les plus proches du bord et ensuite les objets intérieurs sont énumérés en créant un chemin ressemblant à la coquille d’un escargot. Cette technique peut s’avérer hasardeuse lorsque des éléments sont placés à proximité alors qu’ils ne sont pas considérés comme appartenant au bord. L’exemple ci-dessous, repris de (Margolinas et al., 2015) montre qu’il n’est pas évident de voir que l’élément 9 a été soulevé lors du passage sur les bords et non pas l’élément marqué d’un point d’interrogation.

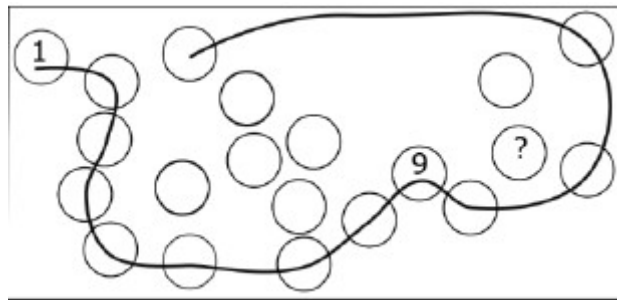


Figure 13: Chemin par les bords.

– Les paquets : la collection est partitionnée en plusieurs regroupements, formant des « paquets ». Ensuite à l’intérieur de chaque paquet, les éléments sont énumérés. Cette technique peut s’avérer coûteuse pour mémoriser les différents paquets repérés, notamment s’il y a un ou des éléments qui se trouvent à la « frontière » de ces paquets, et également pour mémoriser chacun des éléments énumérés à l’intérieur de chaque paquet.

– Les chemins parallèles : les éléments sont énumérés en suivant une direction. Chaque élément constitue un réseau de droites parallèles, permettant ainsi de pointer tous les éléments et d’éviter de pointer deux fois le même élément puisque par définition le réseau de droites parallèles ne comporte pas de points d’intersection. Cette stratégie nécessite que les directions choisies soient gardées en mémoire car un alignement parfaitement parallèle n’est pas envisageable et donc un élément peut se retrouver au choix dans plusieurs lignes, comme le montre l’exemple emprunté à (Margolinas et al., 2015) où l’élément marqué par un point d’interrogation pourrait appartenir à la ligne située au-dessus de celle à laquelle il appartient, d’après le tracé.

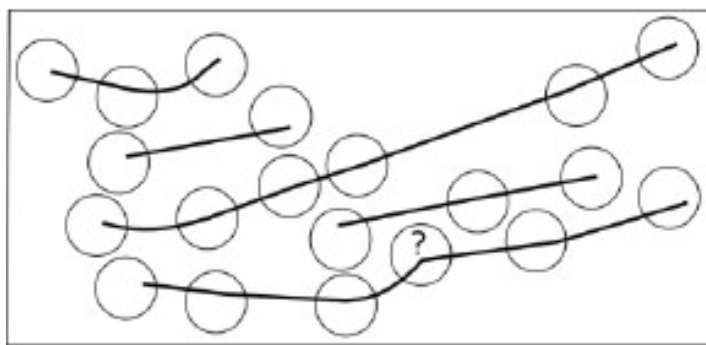


Figure 14: Chemins de parallèles

Dans une situation d'énumération où les éléments ne sont pas déplaçables, ces différentes stratégies peuvent permettre d'alléger la charge de mémorisation, représentée par les étapes 4 et 5 décrites par Briand (1999) : conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis (étape 4) et concevoir la collection des objets non encore choisis (étape 5). Percevoir une organisation spatiale dans les différents éléments composant la collection permet un meilleur contrôle des étapes 4 et 5, puisque dans ce cas la mémorisation des éléments déjà parcouru est « *en quelque sorte déposée, déléguée à cette organisation spatiale* » (Margolinas et al., 2015).

2.4 Des apports de la didactique

Parmi les apports didactiques, la théorie des situations didactiques dans l'enseignement élaborée par Brousseau dans les années 1970 a une place importante pour notre réflexion. Cette théorie apporte notamment un éclairage sur les situations d'énumération proposées par Briand (1999) et par Margolinas et ses collaborateurs (2005). Dans cette partie, nous nous appuyons sur l'article « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques » publié en 1986 dans la revue *Recherches en Didactique des Mathématiques*.

2.4.1 Théorie des situations didactiques d'apprentissage : Brousseau (1986)

2.4.1.1 Situation a-didactique et situation didactique

Brousseau rappelle une conception générale de l'enseignement d'un savoir, celui-ci reposerait sur l'association des « *bonnes questions* »⁴ de l'enseignant et des « *bonnes réponses* » de l'élève. Ces interactions pour être source d'apprentissage pour l'élève, devraient se réaliser dans un « *milieu qui est facteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres* ». En ce sens Brousseau se rapprocherait de Piaget puisque ce milieu engendrerait une nécessaire adaptation, par interactions d'assimilation et accommodation, entraînant de nouvelles réponses comme preuves d'un apprentissage effectif. Cependant, un tel milieu resterait selon Brousseau, insuffisant à l'apprentissage s'il reste dépourvu d'intentions didactiques. L'enseignant doit donc opérer des choix dans les situations proposées à l'élève pour que le milieu lui renvoie des réponses suffisamment efficaces afin de faire évoluer ses actions et réflexions. L'élève devra s'approprier ces situations en comprenant qu'elles sont là pour le faire « *agir, parler, réfléchir, évoluer de son propre mouvement* », et en sachant que « *la connaissance à construire est entièrement justifiée par la logique interne de la situation* ». Ces situations où la connaissance référence peut être construite uniquement par l'action de l'élève en réponse au milieu, sont des situations dites a-didactiques. Brousseau définit les situations a-didactiques comme des situations spécifiques à un savoir, caractérisant la connaissance dans le sens où ces situations permettent de construire la connaissance référence de manière objective, sans artifice. Il les nomme également *situations fondamentales*. Selon Brousseau, pour toute connaissance, il existerait au moins une situation fondamentale lui correspondant. Cependant, ces situations a-didactiques ne peuvent pas, pour la plupart, être présentées et résolues telles quelles par les élèves, puisqu'ils n'auraient pas les connaissances suffisantes. L'enseignant doit donc les modifier pour les rendre accessibles. Lorsque les situations a-didactiques sont aménagées, Brousseau les considère comme des situations didactiques. L'enseignant modifie la situation fondamentale en lui ajoutant des « *artifices didactiques* » engendrant ainsi une connaissance parcellaire, avec un sens particulier par rapport à la connaissance de référence visée. C'est pourquoi Brousseau rappelle que ces situations a-didactiques seraient un idéal vers lequel l'enseignant et les élèves devraient converger. En ce sens, Brousseau considère le

4 Toutes les citations en italiques de cette partie Théorie des situations didactiques d'apprentissage : Brousseau (1986) proviennent de l'article Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques de G. Brousseau publié en 1986.

mathématicien comme un chercheur autonome. Cette posture doit être recherchée par l'enseignant qui doit permettre aux élèves d'être positionné dans cette même situation. Autrement dit l'élève est mis en situation de résoudre des problèmes de manière autonome, sans la présence de l'enseignant. Pour cela l'enseignant doit « *effectuer non la communication d'une connaissance, mais la dévolution du problème* ». C'est-à-dire qu'il va rendre responsable les élèves face au savoir au moment où il donne la situation problème. Nous pouvons préciser que la dévolution doit s'accompagner d'une contextualisation permettant aux élèves de découvrir de manière autonome la réponse au problème mais surtout de retrouver l'arrière-plan de cette situation, c'est-à-dire la connaissance elle-même. Ce passage de la situation offerte aux élèves à leur propre confrontation en solitaire devrait être réalisé avec soin par l'enseignant. Ensuite ce dernier devrait adopter une posture lui permettant de s'effacer de la scène, au sens où il masque son intention d'apporter du savoir, et pose des questions ouvertes axées davantage sur le comment faire et sur la prise d'initiative. Ainsi l'enseignant cherche à rendre indépendant l'élève, pour cela « *il communique ou s'abstient de communiquer, selon le cas, des informations, des questions, des méthodes d'apprentissage des heuristiques etc* ». Ce jeu d'interactions doit amener l'élève à résoudre la situation, et s'il y parvient alors l'apprentissage peut avoir lieu. Les interactions entre l'enseignant et les élèves au sein d'une classe pourraient s'apparenter à une mise en scène d'improvisation où l'enseignant et les élèves sont des acteurs ré-agissant en direct en fonction des propos des uns et des autres. Le caractère imprévisible des interactions au sein de la classe pourrait être une des explications à la difficulté de mettre en œuvre des situations d'apprentissages a-didactiques. Par exemple, Brousseau explique que dans une tâche d'énumération il serait inutile que l'enseignant réalise l'action devant l'élève car cela ne permettrait pas à l'élève d'appréhender le contrôle intellectuel à acquérir pour parvenir au même résultat. Il serait donc essentiel que l'élève puisse construire au maximum seul la réponse à la situation proposée pour qu'il puisse y avoir apprentissage et qu'ensuite l'élève puisse utiliser cette nouvelle connaissance dans des contextes hors enseignement.

2.4.1.2 Le contrat didactique

Cette posture d'élèves chercheurs peut déstabiliser certains élèves qui peuvent refuser ou éviter de résoudre le problème, d'autres peuvent se trouver en échec. Dans ce cas, Brousseau explique que « *le maître a alors l'obligation sociale de [les] aider* ». Cette aide

apportée implique une relation particulière entre l'enseignant et l'élève aidé et elle est situationnelle au sens où elle est assujettie à la situation didactique. En effet, l'aide apportée par l'enseignant se modifie en fonction du problème à résoudre et des difficultés particulières rencontrées par l'élève. Au sein de cette relation, les rôles, les actions, les attendus sont définis essentiellement de manière implicite, et il y est déterminé la part de responsabilité que chacun porte l'un envers l'autre. Si l'on reprend l'image de la mise en scène d'improvisation, en situation de classe, l'enseignant et les élèves savent le rôle des uns et des autres. Les élèves savent qu'ils vont apprendre des choses par les apports de l'enseignant sans savoir quoi précisément. Selon Brousseau, les élèves, doivent accepter de « *résoudre des problèmes dont on ne [leur] a pas enseigné la solution* ». L'enseignant, quant à lui sait qu'il doit apporter des situations permettant l'apprentissage de ces élèves sans savoir comment les choses vont se dérouler. Selon Brousseau, le professeur doit accepter les résultats et doit assurer « *à l'élève les moyens effectifs de l'acquisition des connaissances* ». Ces rôles et ces responsabilités doivent être acceptés par les deux parties. Brousseau définit ce « *système d'obligations réciproques* » comme un contrat. De plus, comme nous l'avons vu ce contrat est dépendant des situations didactiques en jeu, des savoirs enseignés, c'est pourquoi Brousseau précise que ce contrat est didactique.

2.4.2 Situation d'apprentissage émancipatrice : Toullec-Théry & Marlot (2013)

L'enseignement d'un savoir implique une recherche de situations permettant à tous les élèves de construire un apprentissage émancipateur. En ce sens, Toullec-Théry et Marlot (2013) considèrent qu'enseigner un savoir à tous les élèves revient à réduire les inégalités existantes entre eux par l'apport de situations ou d'aides permettant de s'en affranchir. Comme nous avons pu le voir pour le contrat didactique défini par Brousseau (1986) certains élèves sont en difficultés pour s'approprier les situations proposées. Dans ce cas différentes aides peuvent être mises en place, par exemple proposer une situation plus simple (dans un problème mathématique modifier la grandeur des nombres en jeu pour simplifier), mettre en mot la difficulté rencontrée par l'élève, donner un temps supplémentaire, organiser des groupes de niveaux pour créer des interactions communes entre groupes d'élèves, montrer l'exemple et guider fortement avec un ajustement à chaque erreur pour amener aux réponses justes, etc. Cependant les aides, les aménagements apportés aux élèves en difficultés par l'enseignant pourraient s'avérer contre-productive, puisque selon les auteurs Toullec-Théry et Marlot

(2013) ceux-ci peuvent éloigner les élèves des enjeux du savoir. En effet les aides ne permettraient pas d'éclaircir, d'expliciter les buts de l'enseignement, ainsi les élèves resteraient sur un malentendu et la différence entre les élèves ne serait pas comblée. En ce sens, les auteurs pensent que certaines situations d'apprentissages amènent les enseignants à créer un *effet de leurre* dans le sens où la focale de l'enseignant est mise sur le « *faire réussir* » plutôt que sur le « *faire apprendre* ». Dans ce cas, la trace écrite de l'élève, ce qu'il a concrètement fait (colorier, écrire, tracer...) devient plus important que ce qu'il a appris. En traitant cette question des aides apportées aux élèves, les auteurs ont pu définir les caractéristiques d'une situation d'apprentissage émancipatrice pour les élèves. Les auteurs se sont appuyés des travaux de Dewey (1947, [1916] 1990) pour définir les trois premiers critères, et de leurs propres travaux pour définir le quatrième critère. Nous les exposons ici dans le tableau suivant ainsi que les obstacles à leur réalisation.

Tableau 1 : Les quatre critères d'une situation d'apprentissage émancipatrice (Toullec-Théry & Marlot, 2013)

Critères d'une situation d'apprentissage émancipatrice	Obstacles à sa réalisation
1. Véritable expérience avec le savoir.	Confrontation à des situations par la tâche. Focalisation sur des tâches de bas niveaux (technique, automatisme). Guidage pas à pas pour réaliser une tâche (contraintes).
2. Continuum expérimental (les expériences relèvent d'un même but, elles sont connectées).	Fragmentation d'une tâche en partant d'une connaissance simple au complexe, du concret à l'abstrait, entraînant ainsi une succession de tâches réduisant la lisibilité des enjeux, des buts.
3. Les réussites de l'expérience fournissent les prochaines règles.	Focalisation sur des difficultés générales et non pas sur les spécificités de la situation.
4. Renouer avec le temps didactique collectif de la classe. Attention portée sur les objets adéquats.	Recherche d'une réussite immédiate par une trace écrite correcte plutôt qu'une recherche de démarche. Confrontation à des objets non adéquats : les objets n'ont aucun lien avec les savoirs mobilisés, guidage pas à pas qui amène à une simple réalisation d'une réponse.

Chapitre 3 Problématique

La compréhension du nombre peut nous paraître évidente, notamment lorsque ces nombres représentent des petites quantités entières, inférieures à 100. De ce fait un enseignant peut se retrouver dans l'embarras pour enseigner le nombre, puisque les difficultés des élèves peuvent lui sembler anormales, incompréhensibles, et ce d'autant plus lorsque que celles-ci persistent dans le temps. Ces difficultés persistantes se retrouvent particulièrement chez les élèves en situation de handicap, et elles viennent questionner l'enseignant spécialisé dans les choix de sa pratique professionnelle et dans la mise en œuvre de ces choix. Ce premier questionnement naissant du terrain n'est que très peu alimenté par la recherche scientifique, en effet il s'appuie sur les difficultés non-levées de l'apprentissage et sur les connaissances des profils des élèves en situation de handicap. Ces profils sont multiples puisque l'origine de la situation de handicap peut-être différente selon les élèves : origine biologique, familiale, psychique... engendrant des manifestations variées de ce handicap. Ce questionnement d'enseignant spécialisé pourrait se formuler ainsi :

Comment les enfants en situation de handicap peuvent-ils comprendre et appréhender un concept aussi abstrait que le nombre ? Comment accompagner ces élèves dans la construction et dans l'utilisation des différents liens nécessaires à la compréhension du nombre ? Comment peuvent-ils construire le sens cardinal et ordinal du nombre à partir des différentes expériences de manipulation ?

Ces questions ont d'autant plus de sens que lorsque l'on pense au concept de nombre, nous comprenons que ce n'est pas un concept si simple à appréhender et à construire, puisqu'il n'a pas de réalité matérielle. En effet, le nombre est un concept abstrait sans doute issu d'une construction humaine. Il est donc difficilement concevable et compréhensible intellectuellement sans éléments concrets permettant de le représenter. Par exemple, lorsque nous pensons au nombre trois, nous n'avons pas d'image matériellement réelle de ce trois.

Nous nous construisons une image en nous appuyant sur différents outils : le langage écrit (trois, 3) ou le langage oral « trois » ; sur nos connaissances des quantités, nous pouvons percevoir ainsi une collection de 3 objets ; sur nos connaissances arithmétiques pour l'appréhender de différentes manières (2+1 mais en encore 4-1...) ; sur nos connaissances quant à la position des nombres dans une suite ordonnée : par exemple, nous pourrions percevoir une collection d'objets et ne se focaliser que sur celui en 3^{ème} position. Nous nous accordons à percevoir une réalité commune de ce trois qui n'est ni matérielle ni unique, comme nous avons pu le voir à travers les différents exemples. Cette conception commune et partagée du nombre serait possible par la culture et l'apprentissage.

Qui apporterait cette culture et cet apprentissage ? La famille ? L'école ? Cette question est légitime si nous acceptons le fait que les enfants, lorsqu'ils entrent à l'école, ont déjà des connaissances et des compétences qu'ils ont pu développer de par leurs multiples expériences. Ainsi la conception commune des petits nombres, se construit-elle avant la scolarisation ? Les apports de la neuropsychologie peuvent éclairer ce questionnement. Certaines expériences (Cohen & Dehaene, 2000 ; Izard & al., 2008 ; Pica & al., 2004) montreraient que les enfants auraient certaines compétences numériques dès leur naissance. Ces compétences numériques « déjà là » relèveraient essentiellement d'une compréhension approximative des quantités. Cette compréhension serait innée, au sens où elle ne nécessiterait aucun apprentissage particulier et elle serait présente avant le langage voire sans présence de langage. Ces approches concernant la possible existence des compétences numériques innées engendrent des questions fondamentales, existant depuis longtemps et qui ne sont pas résolues par ailleurs. Ces questions résonnent d'autant plus quand elles concernent des élèves en situation de handicap, notamment lorsqu'ils sont atteints de troubles des fonctions cognitives :

Si les compétences numériques sont présentes dès la naissance, fonctionnent-elles de la même manière pour tous les individus ? Ces compétences sont-elles disponibles et utilisables de la même manière par tous ? Des troubles comme des troubles des fonctions cognitives, ou un retard mental d'origine biologique peuvent-ils influencer sur ces compétences numériques « déjà là » et sur leurs possibles utilisations ?

Selon les apports de la neuropsychologie, cette conception innée du nombre ne serait qu'approximative, elle se modifierait et s'enrichirait sous l'effet de l'apprentissage. En ce sens,

la théorie du triple code développée par Dehaene (1992) nous permet de percevoir l'évolution de ces compétences numériques sous l'effet de l'apprentissage. Selon cette théorie le nombre peut être représenté par un code verbal, un code arabe-écrit et un code analogique. Autrement dit, ce triple code est un système de codes différents interagissant ensemble, nous permettant de parler d'un même concept : le nombre. Selon des études menées par Izard et ses collaborateurs (2008) et Pica et ses collaborateurs (2004), l'accès au code arabe-écrit et au code verbal permet d'enrichir ses connaissances sur le nombre en perfectionnant le code analogique modifiant ainsi les représentations intuitives du nombre qui sont essentiellement approximatives. L'accès à ces deux codes apporte aussi une nouvelle représentation du nombre, à savoir une représentation exacte. Il est donc essentiel de développer ce triple code chez les élèves pour qu'ils enrichissent leurs connaissances et leur compréhension du nombre. L'apprentissage tient donc une place fondamentale dans la construction du nombre, mais *cet apprentissage a-t-il le même effet chez les enfants en situation de handicap par rapport aux enfants dits ordinaires ? Comment l'apprentissage doit-il être dispensé aux élèves en situation de handicap pour dépasser ou compenser les difficultés persistantes ?*

Ces questions autour de l'apprentissage sont renforcées pour les élèves en situation de handicap puisqu'une majorité d'entre eux arrivent à l'école avec un bagage culturel et des expériences relativement pauvres par rapport à d'autres enfants. En ce sens, il est rappelé dans les programmes scolaires du cycle 2 (2018) que les élèves « *ont grandi et ont appris dans des contextes familiaux et scolaires divers qui influencent fortement les apprentissages et leur rythme* ». Ceci est d'autant plus prégnant chez les élèves scolarisés au sein d'un dispositif ULIS-TFC qui, pour une grande majorité, ont vécu un parcours scolaire déstructuré voire chaotique, souvent synonyme de souffrance et d'une estime de soi appauvrie. C'est pourquoi il est essentiel pour un enseignant spécialisé de prendre conscience du fonctionnement des élèves ainsi que des obstacles à la compréhension des concepts enseignés. Pour cela, les apports de la psycho-cognition associée aux apports théoriques du nombre, tant par la neuropsychologie que la didactique des mathématiques, peuvent aider à l'enseignant spécialisé à mieux comprendre le fonctionnement des élèves tout en liant leurs particularités avec les difficultés engendrées par l'apprentissage du concept nombre. Rappelons que l'enseignement est normé par les programmes scolaires permettant à chacun des élèves de bénéficier d'un enseignement similaire en termes de contenu. Les élèves dits « ordinaires » sont soumis à un apprentissage normé également dans le temps, dans le sens où les programmes scolaires

définissent chaque année les apprentissages à consolider, à acquérir... Cette normalisation dans le temps n'est pas aussi présente chez les élèves en situation de handicap. En effet, le handicap peut empêcher ces élèves de suivre les apprentissages au même rythme que les autres, le temps est souvent plus long. Cependant, en considérant que les élèves présentant une déficience intellectuelle auraient un fonctionnement cognitif de même nature qu'un enfant ordinaire (Egron, 2017) mais avec des capacités de raisonnement, de traitement de l'information moins efficaces, nous pourrions penser que ces élèves peuvent acquérir les mêmes compétences numériques que les autres. Ce retard de développement dans le fonctionnement cognitif pourrait expliquer le fait qu'un élève en situation de handicap ait besoin de plus de temps pour acquérir une notion. L'apprentissage se ferait donc comme en parallèle avec un décalage entre l'âge réel de l'élève et l'âge correspondant à son développement. Cependant les difficultés persistantes des élèves viennent interroger l'enseignant spécialisé sur ce simple décalage. *L'acquisition des compétences prend-elle simplement plus de temps pour les élèves en situation de handicap ? Ou existe-t-il un effet de seuil dans l'acquisition des compétences numériques ? Si oui, dans quelles mesures ?*

Ces questions sont d'autant plus riches qu'elles concernent l'apprentissage d'un concept complexe. En effet, nous avons vu que le nombre n'a pas de réalité matérielle, et qu'il peut se penser en termes de triple code. De plus, ce triple code interagit avec les deux facettes du nombre : la cardinalité et l'ordinalité. Ces deux facettes sont distinctes l'une de l'autre mais fonctionnent ensemble. Le nombre se pense donc à travers plusieurs représentations possibles pouvant être différentes les unes des autres mais celles-ci se complètent et interagissent les unes avec les autres. Ceci nous permet de mieux envisager la complexité d'appréhender le concept nombre dans son entièreté. Si nous complétons avec l'apport de la psycho-cognition nous pouvons comprendre les difficultés particulières que cela peut engendrer chez les enfants en situation de handicap. En effet, pour donner du sens à tous ces éléments distincts composant le nombre il est nécessaire de pouvoir faire des liens. Ceux-ci doivent permettre de faire fonctionner ensemble ces différents éléments mais également de passer de l'un à l'autre. Or faire des liens est une difficulté courante rencontrée par les élèves ayant des troubles des fonctions cognitives ou psychiques, avec ou sans déficience intellectuelle, ou ayant des troubles dys (dyspraxie, dysphasie, dyslexie...). En plus de cette difficulté à faire des liens, pour la grande majorité de ces élèves, les manifestations du handicap sont communément : des difficultés dans la mémorisation des informations (essentiellement visible pour la mémoire de

travail qui est vite saturée), dans la planification, dans la généralisation, dans l'abstraction... Le nombre peut se penser, du moins au début de l'apprentissage, essentiellement par une confrontation répétée et variée à des expériences concrètes. Ces élèves doivent donc passer d'une confrontation multiple, variée et masquée du nombre à une généralisation de celui-ci. Par exemple les élèves doivent comprendre que les nombreuses collections à dénombrer leur permettent de travailler la facette cardinale du nombre. Or leurs difficultés de généralisation et d'abstraction peuvent être un obstacle majeur dans cette construction. *Comment l'enseignement de ce concept doit-il être dispensé pour qu'il soit efficace ? Quelles différenciations, quels guidages l'enseignant peut-il opérer pour susciter l'apprentissage ?*

Ces questions éclairées des apports de la neuropsychologie et de la psycho-cognition s'enrichissent et évoluent également par l'apport de la didactique. Lorsque les élèves bénéficient d'un enseignement avec l'appui d'un dispositif ULIS-TFC, ils ont en plus de l'enseignement dispensé en classe ordinaire, un enseignement spécialisé permettant de répondre aux mieux à leurs besoins éducatifs particuliers. En ce sens, l'enseignant spécialisé a souvent tendance à prendre en charge les manifestations du handicap pour aider l'élève à réussir la tâche malgré ses difficultés. Par exemple, découper les tâches complexes en une succession de tâches simples est une aide couramment proposée pour palier à la difficulté de planification. Cependant cela engendre une double difficulté pour l'élève, à savoir celle de percevoir les liens existants entre toutes ces tâches et celle de les associer, de les organiser pour recréer le sens souvent perdu et ainsi atteindre le réel apprentissage visé. Cette prise en charge, très importante et souvent inefficace de la part de l'enseignant, peut vider de leurs enjeux d'apprentissage les situations proposées (Marlot & Toullec-Théry, 2013). *Comment lier des « situations émancipatrices » (Marlot & Toullec-Théry, 2013) pour tous les élèves tout en répondant à leurs besoins éducatifs particuliers ?* La théorie des situations didactiques proposées par Brousseau (1986) modélisent ce vers quoi un enseignant pourrait tendre pour que la situation proposée engendre chez les élèves un apprentissage. Ces situations sont des problèmes qui doivent permettre à l'enfant de parcourir en autonomie le milieu proposé afin de trouver seul la solution à ce problème. Mais ces situations sont-elles propices aux élèves en situation de handicap, pour qui la recherche « en terrain peu connu et peu maîtrisé », les défis, l'absence de cadre précis, l'absence de routine... peut engendrer des réactions de fuite face aux activités proposées ou des réactions de refus ? En effet ces élèves ont de par leurs multiples expériences d'échecs une estime d'eux-mêmes faible et abîmée. Ils sont très sensibles aux risques que représente l'apprentissage. Car apprendre, c'est accepter que leurs connaissances

soient limitées et que celles-ci doivent se modifier, mais pour cela il est nécessaire de vivre une phase de déséquilibre où les élèves ne savent plus vraiment et ne savent pas encore. Or cette phase de déséquilibre est très difficile à vivre pour eux, alors, ces élèves s'accrochent fortement à ce qu'ils maîtrisent, à ce qu'ils connaissent. L'enseignant a donc souvent tendance à s'appuyer sur les habitudes de travail, sur les routines qui ont l'avantage d'être connues, maîtrisées par les élèves parce qu'elles sont rassurantes. Ces habitudes de travail doivent être explicites pour les élèves afin qu'ils puissent comprendre ce qui est attendu d'eux. Il est nécessaire de lever les implicites, les non-dits non nécessaires à la réalisation des situations d'apprentissages. Ceci est d'autant plus important que les élèves sont en difficultés ou éloignés de la culture scolaire. En effet, lorsqu'un élève est face à une consigne du type « Colorie toutes les collections de 3 objets. », celui-ci peut comprendre que l'important est dans le mot « colorie » et non pas dans l'acte de reconnaître et de manifester sa compréhension de ce qu'est une collection de 3 objets. Ceci est rappelé dans les programmes scolaires du cycle 2 de 2018 : *« l'acquisition des savoirs fondamentaux (lire, écrire, compter, respecter autrui) est la priorité. L'enseignement doit être particulièrement structuré et explicite. Il s'agit de donner du sens aux apprentissages »*. Ces apports de la didactique permettent d'apporter un autre éclairage aux questions formulées précédemment :

Comment l'enseignant peut-il apporter des situations sources d'apprentissages pour les élèves en situation de handicap, tout en répondant à leurs besoins éducatifs particuliers ? Comment lier la nécessité de recherche au sein d'un milieu favorisant l'apprentissage avec le besoin de maîtrise et de contrôle plus important chez les élèves en difficulté ? Comment amener les élèves à résoudre des situations problèmes en liant la compensation des difficultés dues aux handicaps et la prise en main autonome du processus de résolution nécessaire à l'apprentissage ?

Le questionnement initial de l'enseignant spécialisé évolue et s'enrichit des différents cadres théoriques que sont la neuropsychologie, la psycho-cognition et la didactique, permettant ainsi d'alimenter un questionnement de recherche autour de la construction du concept-nombre chez les élèves en situation de handicap. La mise en tension de ces trois cadres théoriques permettrait au chercheur de voir si ces cadres utilisés pour l'interprétation des mêmes expériences offrent des contradictions ou au contraire des harmonies. Ainsi, ce travail de recherche tente d'éclaircir en quoi nos outils théoriques d'interprétation du réel sont

complémentaires ou souffrent de contradictions ou d'insuffisances, lorsqu'ils sont utilisés pour tenter d'éclairer la construction du concept nombre ?

Ce travail de recherche repose sur plusieurs hypothèses :

- La psycho-cognition et la neuropsychologie sont des champs scientifiques de plus en plus présents au sein des écoles puisque leurs apports peuvent aider les enseignants à se questionner sur leurs pratiques professionnelles, et peuvent apporter des éclairages sur le fonctionnement des élèves et leurs besoins.
- L'utilisation de différents champs scientifiques est utile dans le sens où le sujet observé n'est pas simplement un sujet cognitif ou neurologique ou apprenant ou sociologique... mais c'est l'ensemble de ces différentes facettes qui composent le sujet. Un enseignant n'a pas en face de lui l'unique sujet apprenant, il a l'enfant, la personne en tant que sujet entier. Ainsi la confrontation, la mise en tension des différents cadres théoriques permettent d'approcher d'un peu plus près cette réalité complexe.
- Les tâches proposées permettent de mettre en relation les différents cadres théoriques sans nécessairement les opposer les uns contre les autres. Ainsi, cette recherche permettrait de percevoir comment fonctionnent ces cadres lorsqu'ils sont convoqués ensemble pour analyser une même tâche. Ainsi nous pouvons penser que ces cadres pourraient être complémentaires et sources d'harmonies. Ou au contraire, ils pourraient être incompatibles et sources de contradictions. La mise en tension de ces cadres, s'ils sont complémentaires, pourrait être insuffisante pour expliquer l'ensemble des résultats obtenus, certaines incompréhensions ou zones d'ombres pourront subsister.
- Les différences entre les élèves en situation de handicap et les élèves dits ordinaires ne pourraient pas uniquement se décrire en termes d'écarts constants et uniformes comme nous pourrions le penser d'après les éléments apportés par Egron (2017). La situation de handicap n'engendrerait pas nécessairement un fonctionnement cérébral de nature différente par rapport à une situation « ordinaire », seulement les conséquences sur l'apprentissage et ses manifestations pourraient être de natures différentes.
- Une compréhension enrichie du fonctionnement des élèves en situation de handicap associée à une évolution de la pratique enseignante ne suffiront peut-être pas pour améliorer la qualité

d'apprentissage des élèves observés. En effet, nous pourrions penser que les élèves sont déjà trop âgés pour que certaines de leurs difficultés soient dépassées.

Chapitre 4 Méthodologie

Ce travail de recherche s'appuie et met en relation trois champs scientifiques : la neuropsychologie, la psycho-cognition et la didactique dans lesquels des emprunts sont faits pour être mis en relation et mis en tension afin d'éclaircir la compréhension et l'évolution du concept-nombre, chez les enfants en situation de handicap. Pour que cette mise en tension des différents cadres théoriques puissent s'opérer, il faut leur offrir les moyens de s'exprimer dans un protocole. Ce protocole que nous allons décrire par la suite, s'appuie sur une étude comparative puisqu'il met en œuvre deux comparaisons : celle entre des élèves en situation de handicap et des élèves dits ordinaires, et celle concernant ces mêmes élèves lorsqu'ils sont confrontés à des tâches scolaires et des tâches non scolaires. Précisons que les tâches ne sont pas catégorisées comme étant scolaires ou non scolaires selon la légitimité qu'elles auraient au regard des programmes scolaires. Cette distinction est en effet basée sur les habitudes des élèves en lien avec les tâches auxquelles ils sont couramment confrontés au cours de leur scolarité. L'étude comparative est régulièrement utilisée en sciences de l'éducation que ce soit pour comparer des systèmes éducatifs à des échelles spatiales ou temporelles différentes mais aussi pour comparer des groupes sociaux différents ou des organisations différentes. En ce sens Groux (1997), présidente de l'AFDECE (l'Association Française d'Éducation Comparée et des Échanges) précise que :

« Pour mieux comprendre ce que nous vivons, nous faisons appel à d'autres contextes où apparaissent des réalités, des problèmes semblables. Les problématiques, étudiées sous des angles différents, permettent une décentration de l'individu, une prise de recul et un changement de point de vue qui favorisent l'analyse et facilitent la compréhension » (Groux, 1997).

Ainsi pour mieux comprendre les conséquences dues à la situation de handicap il s'avère nécessaire que ces élèves puissent être comparés à des élèves considérés comme « ordinaires », et ce dans des tâches scolaires comme dans des tâches non scolaires. L'intérêt de comparer ces deux types d'élèves dans des tâches non scolaires permet de mieux percevoir l'appréhension et la compréhension du nombre dans des situations mettant en jeu des compétences existantes

avant l'apprentissage ou des compétences nécessaires à d'autres tâches mais assez peu enseignées de façon explicite⁵. Ainsi, cette comparaison : tâches scolaires versus tâches non scolaires, permettrait de mettre davantage en évidence l'effet de l'apprentissage sur le développement des connaissances du concept nombre. Cette double comparaison évoquée doit permettre de mettre en lumière les différences et les points communs dans la compréhension et dans l'appréhension du concept nombre chez les élèves en situation de handicap et les élèves dits ordinaires. Autrement dit, cette étude comparative vise à mieux comprendre ce qui relève du *générique*⁶ dans la construction du nombre, à savoir ce qui est commun aux deux publics, et ce qui relève du *spécifique*⁷, à savoir là où se trouvent les ruptures dans l'appréhension du concept nombre. Pour mener cette recherche comparative plusieurs tâches portant sur les compétences numériques ont donc été proposées à des élèves d'école primaire. Ces tâches doivent permettre une observation des comportements des élèves face au concept de nombre dans le but d'enrichir les connaissances du côté de l'enseignement mais également pour voir comment les cadres théoriques réagissent, interagissent et résistent face à ces comportements observés.

Concernant la comparaison entre les élèves en situation de handicap et les élèves dits ordinaires, une attention particulière a été portée sur le choix de ces derniers. En effet, il est nécessaire que ceux-ci soient proches du niveau scolaire et du nombre d'années de scolarisation des élèves en situation de handicap. Il est à préciser que certaines contraintes géographiques et temporelles devaient être respectées limitant la disponibilité des dispositifs ULIS-école pour cette recherche. Parmi les élèves d'ULIS ayant participé à l'expérimentation, l'année 2009 est l'année de naissance la plus représentée (10 élèves sur 32), cela correspond à l'âge des élèves scolarisés en CM2. Plus largement 22 élèves sur 32 sont d'âge cycle 3 (CM1, CM2, 6^{ème}) mais seulement 3 ont un niveau équivalent à ce cycle d'apprentissage. Cependant plus de la moitié des élèves, 17 sur 32, sont à plus ou moins un an né en 2011 (année de naissance des élèves de CE2). Concernant le niveau scolaire, au regard de ce niveau CE2 : 16 élèves sur 32 ont un niveau compris entre le CE1 et le CM1. Pour ces raisons, les élèves de CE2 semblaient un choix respectant au mieux les critères de niveau scolaire et d'années de

5 Lorsque nous évoquons l'enseignement explicite, nous nous tenons à cette possible définition : « L'enseignement explicite préconise la formalisation d'une stratégie d'enseignement structurée en étapes séquencées et fortement intégrées. [...] cette stratégie passe par les actions de dire, de montrer, de guider » (Gauthier, Bissonnette & Richard, 2007).

6 Ce terme est utilisé à notre compte, au sens où ce qui est générique correspond à ce qui se retrouve chez les deux populations observées.

7 Ce terme est utilisé à notre compte, au sens où ce qui est spécifique correspond à ce qui se retrouve uniquement chez un seul type de population observée.

scolarisation. Les élèves scolarisés en CE2 ont, pour la majorité 3 ans de scolarisation en école maternelle, ce qui est également le cas de tous les élèves bénéficiant du dispositif ULIS (certains ont même bénéficié de 4 années de scolarisation en maternelle). Les élèves de CE2 sont dans leur 3^{ème} année de scolarisation en école élémentaire, ce niveau est charnière dans l'apprentissage des mathématiques, en effet il se situe à la fin du cycle 2 marqué par un apprentissage approfondi des nombres entiers inférieurs à 1000 laissant une place encore importante à la manipulation.

Précisons également ce qui concerne la comparaison entre les élèves face à des tâches scolaires et face à des tâches non scolaires. Parmi les tâches scolaires, nous pouvons faire référence à la deuxième et à la quatrième tâche impliquant une tâche de dénombrement et de calculs exacts. Parmi les tâches non scolaires, nous pouvons faire référence à la première et à la troisième tâche impliquant l'énumération et l'estimation. La cinquième tâche concernant la représentation spatiale des nombres peut se situer à la limite entre les deux tâches, l'utilisation des lignes numériques sont relativement courantes dans la vie quotidienne, elles font également partie des apprentissages prévus par le programme scolaire, cependant, dans les pratiques courantes de classe elles seraient assez peu enseignées de manière explicite. En effet dans la majorité des situations rencontrées l'échelle de la ligne numérique est déjà construite, les écarts nécessaires entre deux nombres sont déjà marqués. De plus, concernant les tâches non scolaires, nous pouvons, envisager que tous les élèves peuvent se sentir déstabilisés par la situation chercheur-participant, il est donc important que les enfants puissent retrouver des éléments connus pour être davantage rassuré et donc avoir la possibilité de s'investir correctement dans l'expérimentation proposée. En plus des situations proches de la classe, le chercheur est reconnu par les élèves de son école comme étant une enseignante et il est présenté comme enseignante faisant un travail de recherche auprès des élèves des autres écoles. Ainsi, pour tous les élèves, le chercheur est perçu comme une enseignante proposant des exercices proches de ce qui peut être demandé en classe. Tous les élèves sont donc placés dans un même contexte pour réaliser au mieux l'ensemble de l'expérimentation.

Concernant les tâches proposées aux élèves, nous retrouvons les apports de la neuropsychologie et de la psycho-cognition, notamment avec les travaux de Izard et ses collaborateurs (2008), Pica et ses collaborateurs (2004) et Siegler et Booth (2004). Nous retrouvons également les apports de la didactique et de la psycho-cognition avec les travaux menés par Margolinas et ses collaborateurs (2015). La première tâche proposée aux enfants s'appuie sur la didactique des mathématiques à travers les situations fondamentales décrites par

Brousseau (1986). Elle consiste en une tâche d'énumération inspirée de celle proposée par Margolinas et ses collaborateurs (2015) avec la situation des sucres et des chapeaux. Cette tâche peut s'observer en parallèle de la tâche de dénombrement proposées aux enfants. L'étude des compétences numériques des Indiens Mundurucus (Izard & al., 2008 ; Pica & al., 2004), ont inspiré quatre des cinq tâches proposées aux élèves : à savoir une tâche de dénombrement, une tâche d'estimation, une tâche de calculs exacts et une tâche de représentation spatiale des nombres. Cette dernière tâche est également inspirée de l'étude menée par Siegler et Booth (2004). Ces travaux de neuropsychologie décrivent la connaissance numérique comme étant en partie intuitive et en partie construite, notamment par l'apprentissage. La connaissance intuitive du nombre est représentée dans la troisième tâche proposée, puisqu'elle s'appuie sur des compétences présentes dès le plus jeune âge : la capacité d'estimer des quantités et de les comparer. La connaissance construite du nombre est représentée dans la deuxième et la quatrième tâches, puisqu'elles s'appuient sur une évaluation exacte d'une quantité donnée, soit par le dénombrement soit par le calcul. La cinquième tâche proposée peut se situer à la fois dans la dimension intuitive et dans la dimension construite du nombre, puisque cette tâche concerne la représentation spatiale des nombres, en plaçant des nombres allant de 1 à 10 et de 1 à 100 sur une ligne numérique, dont aucun écart entre les nombres n'est pas indiqué.

Les raisons du choix de ces tâches pour mener ce travail sont multiples : tout d'abord elles s'appuient sur des tâches qui ont été testées, contrôlées et approuvées au cours de précédentes recherches (Izard & al., 2008 ; Pica & al., 2004 ; Siegler & Booth, 2004) leur attribuant donc une certaine validité scientifique. Ce travail de recherche poursuit ce qui a déjà été proposé dans la littérature scientifique. L'interprétation de ces tâches est cependant différente des études citées, dans le sens où elle se réalise à travers un éclairage et une mise en tension de trois champs scientifiques. De plus, elles sont proches des situations scolaires, ce sont donc des tâches connues des élèves, proches de leurs habitudes de travail. En effet au cours de leur scolarisation les élèves y sont fréquemment confrontés et ce d'autant plus que les élèves observés sont jeunes. Une seule des tâches est moins habituelle pour les élèves, celle d'énumérer une collection. Cette similitude entre les tâches du protocole expérimental et les exercices proposés en situation de classe peut faciliter la compréhension des consignes et rassurer les élèves dans ce rôle nouveau de participant. En effet, les situations nouvelles, non maîtrisées peuvent être source de stress et génératrices de comportements non adaptés pour mener à bien l'expérimentation. Par exemple, les élèves pourraient réaliser les tâches sans réelle implication, pouvant limiter la précision des résultats, ils pourraient également refuser de réaliser les tâches demandées du fait d'une incompréhension des enjeux ou des attentes du

chercheur. Ceci est d'autant plus essentiel qu'un peu plus de la moitié des participants sont des élèves en situation de handicap, scolarisés en école ordinaire avec l'appui d'un dispositif ULIS-TFC. Cette volonté d'obtenir des résultats les plus précis et les plus réels possibles motivent une recherche qualitative plus que quantitative. En effet, cette recherche a pour volonté, du côté de l'enseignement, de mieux comprendre le fonctionnement des élèves en situation de handicap dans l'appréhension du concept-nombre. Pour cela une observation fine et précise de ceux-ci est la méthode la plus appropriée, puisqu'elle permet de mettre en avant l'individuel et ses caractéristiques propres alors qu'une étude quantitative aurait davantage lissée les profils. En ce sens, les élèves scolarisés en ULIS-TFC ont des profils variés, puisque la situation de handicap peut-être due à un trouble dys-, à un contexte familial et développemental insuffisant, à des troubles psychiques, à des troubles biologiques... Ainsi les conséquences et les manifestations sont différentes selon les élèves tant dans leur fonctionnement, que dans leur niveau scolaire ou encore dans leur âge. Enfin une approche quantitative aurait demandé la possibilité de s'entretenir avec de nombreux dispositifs ULIS-TFC, d'autant plus que les profils d'élèves auraient dû être similaires, or au sein des dispositifs les profils sont très différents, ceci aurait donc augmenté considérablement le nombre de dispositifs ULIS-TFC nécessaires. Cependant les contraintes temporelles et spatiales n'auraient pas permis d'entrer en contact avec autant de dispositifs. Pour ces raisons, cette recherche répond à une étude qualitative où il est nécessaire que la réalisation des tâches se déroule dans une relation duelle entre le chercheur et l'enfant.

Le choix de cette relation permet au chercheur d'observer plus finement les attitudes des participants quant à leur manière d'appréhender la situation dans son ensemble, mais aussi dans la manière d'appréhender les différents exercices proposés : comprend-il correctement la consigne ? A-t-il besoin qu'elle soit réexpliquée ? Un exemple est-il nécessaire pour la compréhension ? Quelles sont les stratégies mises en œuvre pour résoudre la tâche ? Quelles sont les difficultés rencontrées ? Peuvent-elles être levées immédiatement ? Cela permet au chercheur de voir l'élève en situation d'action directe face à la tâche et les comportements observés peuvent éclairer certaines réponses données. Par exemple si un enfant se trompe lors d'une tâche de dénombrement, le chercheur peut directement voir si l'erreur est due à une mauvaise connaissance de la suite numérique, à une mauvaise énumération de la collection (oubli d'un ou plusieurs éléments ou plusieurs comptages d'un même élément)... Et le chercheur pourra voir si l'enfant fait cette erreur à plusieurs reprises ou si l'erreur est exceptionnelle, par exemple si un élément perturbateur aurait gêné le participant à ce moment.

Ainsi le chercheur pourra noter ces multiples observations qui pourront ensuite l'aider dans l'analyse des résultats.

Toutes ces informations supplémentaires mais nécessaires n'auraient pas pu être prises en compte si le chercheur avait simplement récolté les résultats des exercices auprès des différents enseignants. Le fait que les exercices soient passés en individuel par le chercheur permettrait également une plus grande neutralité. En effet, l'enseignant peut être tenté de faire recommencer un exercice à un élève s'il estime que celui-ci n'a pas fait de son mieux, pouvant engendrer ainsi un effet d'apprentissage. L'enseignant peut induire des réponses différentes chez les élèves selon le regard qu'ils portent sur eux et selon la situation en jeu. En ce sens, il existe principalement un effet auquel l'enseignant peut être confronté : l'effet Topaze. L'effet Topaze correspond au moment où un enseignant prend en charge la réalisation d'une tâche, parce que les difficultés rencontrées par l'élève seraient trop importantes pour que celui-ci les dépasse seul, dans ce cas l'enseignant donne de nombreux indices pour diriger l'enfant dans ces décisions afin d'arriver au résultat attendu (Brousseau, 1984). Cet effet peut déjà être à l'œuvre en situation de classe ordinaire, alors nous pouvons comprendre que dans une telle situation, l'enseignant ait envie de montrer le meilleur chez ses élèves, même si cela n'est pas fait nécessairement de manière volontaire.

Il est à noter que dans cette étude, un des groupes d'élèves a pour enseignante le chercheur. Dans ce cas, l'enseignante a bien expliqué aux élèves les enjeux de sa recherche et a précisé qu'à ce moment-là elle n'était pas dans son rôle d'enseignante mais dans son rôle de chercheur, ainsi elle n'aurait pas les mêmes attitudes. En effet, lors de la passation de ses élèves, elle s'est efforcée de se maintenir en permanence dans une posture de chercheur, ne faisant aucun commentaire sur les habitudes de classes, sur leurs « compétences habituelles ». De plus, aucun commentaire, aucune aide, aucun entraînement supplémentaire n'ont été proposés. Enfin, elle a assuré aux élèves qu'en aucun cas ce travail ne serait montré ou relayé aux parents.

Chapitre 5 Mise en place du protocole expérimental

5.1 Population

Les élèves ayant participé au protocole expérimental sont tous volontaires et autorisés par leurs représentants légaux, au total 56 élèves ont participé à l'expérimentation. Parmi eux, 32 élèves bénéficient d'une scolarisation en milieu ordinaire avec le soutien d'un dispositif ULIS-école, scolarisés dans trois écoles différentes appartenant à une même circonscription ; et 24 élèves sont scolarisés en CE2 au sein d'une seule école mais réparti en deux classes différentes. Les trois dispositifs ULIS-école sont catégorisés comme étant des ULIS-TFC, pour rappel, ces dispositifs accueillent des élèves atteints, notamment, de Troubles des Fonctions Cognitives ou mentales avec ou sans déficience mentale.

Tableau 2 : Répartition des filles et des garçons pour l'ensemble des élèves participatifs.

	École 1			École 2	École 3	Total
	ULIS a	CE2 a	CE2 b	ULIS b	ULIS c	
Filles	3	7	2	3	3	18
Garçons	10	9	6	7	6	38
Total	13	16	8	10	9	56

Tableau 3 : Répartition des élèves bénéficiant du dispositif ULIS-école selon leur année de naissance.

Année de naissance	2008	2009	2010	2011	2012	2013
ULIS a	2	6	4	1	0	0
ULIS b	0	2	1	1	6	0
ULIS c	3	2	2	1	1	0
Total	5	10	7	3	7	0

Tableau 4 : Répartition des élèves de CE2 selon leur année de naissance.

Année de naissance	2010	2011	2012
CE2 a	2	12	2
CE2 b	0	8	0
Total	2	20	2

5.2 Pré-test

Pour réaliser des profils types des élèves, un pré-test leur a été proposé. Le chercheur a mené ce pré-test auprès des élèves de son école, à savoir les deux classes de CE2 et un des trois groupe du dispositif ULIS-TFC, celui dans lequel il enseigne. Pour des contraintes de temps, ce pré-test a été mené par les enseignantes des deux autres dispositifs ULIS-TFC ayant participé à l'expérimentation. Ce pré-test a été conçu par le chercheur, il se compose de 11 exercices différents : un exercice sur la suite orale des nombres ; un sur la reconnaissance globale des quantités allant de 1 à 6 dans un cas respectant la constellation du dé, dans un autre cas ne respectant aucune constellation connue ; deux sur la maîtrise du dénombrement, dans un cas la collection est donnée, dans l'autre cas la quantité souhaitée est demandée et l'enfant construit la collection ; deux sur les nombres écrits (lecture et écriture) ; deux sur la comparaison des quantités dans plusieurs situations : nombres oralisés, nombres représentés par des collections

de points, nombres représentés par des collections de cubes ; enfin les trois derniers exercices sont des énoncés de problèmes simples uniquement oralisés, les élèves n'ont aucun support d'aide à la résolution. Le modèle du pré-test est présent en annexe 1.

Ce travail préparatoire a des objectifs multiples pour le chercheur : il permet de réaliser une photographie à un instant donné des compétences numériques de tous les participants permettant au chercheur de mieux cerner les compétences et les difficultés de chaque élève apportant ainsi des éléments pouvant aider l'analyse des résultats de la passation. Ce pré-test vise aussi à établir des profils types à partir des similitudes entre les élèves d'ULIS-TFC et les élèves de CE2. Il permet également d'évaluer le niveau scolaire des élèves d'ULIS-TFC d'une façon plus fine que la simple connaissance du niveau global estimé par les enseignants. Enfin ce questionnaire recueille des informations quant au niveau de persévérance des élèves lorsqu'ils sont confrontés à des situations mathématiques problèmes (avec aide et sans aide) et sur le goût pour ce domaine d'apprentissage. Ceci permet au chercheur de mieux cerner les attitudes des élèves et d'anticiper sur d'éventuelles craintes ou difficultés au cours de la passation du protocole. Par exemple, si un élève est peu persévérant en situation de classe, même avec aide alors le chercheur peut davantage le féliciter, l'encourager pour qu'il reste au maximum concentré et volontaire au cours de l'ensemble du protocole.

Tableau 5 : Niveau scolaire évalué par les enseignantes des élèves bénéficiant du dispositif ULIS-école.

	Cycle 1			Cycle 2			Cycle 3	
	PS	MS	GS	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
ULIS a	0	0	1	2	4	4	2	0
ULIS b	0	1	4	2	2	0	0	0
ULIS c	0	0	1	3	0	4	0	1
Total	0	1	6	7	6	8	2	1

5.3 Contexte pour la passation du protocole

Lorsque les élèves ne sont pas scolarisés au sein du dispositif ULIS-TFC dans lequel le chercheur enseigne, le contexte de passation est le même pour tous. Le chercheur est dans un premier temps accueilli par les enseignantes qui lui présente la salle dans laquelle il travaillera avec les élèves. Ensuite le chercheur est présenté à l'ensemble des élèves par chacune des enseignantes des différentes classes, en tant qu'enseignante menant un travail de recherche. Les élèves sont amenés par le chercheur dans la salle prévue pour une passation en individuel. Durant la passation des tâches, aucun commentaire de validation ou d'échec n'a été fait, seuls quelques commentaires ont été prononcés : encouragements à maintenir et poursuivre l'effort au cours de la passation, remerciements pour le travail effectué. Lorsque les élèves demandent si leur travail est juste, le chercheur les rassure en leur expliquant qu'ils font du « bon travail ». Toutes les tâches ont été proposées aux élèves, cependant si un élève présente de nombreux échecs dans la réalisation d'une tâche, plusieurs attitudes ont été mises en place : dans un premier temps, une ré-explication de la consigne est réalisée avec si besoin, la présentation d'un exemple ; dans un second temps il est proposé aux élèves de passer par la manipulation, quand cela est possible, ce qui est le cas pour les tâches de comparaison et de calculs exacts ; enfin dans un troisième temps, la tâche peut être suspendue ou arrêtée. Les tâches sont présentées les unes après les autres. La passation des cinq tâches peut prendre entre 20 et 40 minutes. À la fin de la passation, l'élève est reconduit dans sa classe par le chercheur.

5.4 Tâches proposées : présentation des tâches et analyse a priori

Cette partie permet de présenter chacune des cinq tâches proposées aux participants et de proposer une analyse a priori pour chacune des tâches en présentant les variables didactiques, les procédures attendues et enfin les difficultés attendues. Dans la partie théorique certains éléments ont déjà pu être évoqués notamment en ce qui concerne les variables didactiques, ainsi ces éléments ne seront pas nécessairement développés.

5.4.1 Première tâche : énumération

5.4.1.1 Présentation de la tâche

Une planche cartonnée est présentée aux élèves avec quinze croix tracées dessus. Les élèves sont invités à placer un cube sur chacune des croix, puis ils doivent recouvrir chaque cube par un bouchon. Ensuite la consigne est donnée avec un exemple : « *Tu vas devoir récupérer tous les cubes : pour cela tu soulèves un bouchon, tu prends le cube, et tu reposes le bouchon à sa place. Tu ne dois prendre qu'un seul bouchon à la fois, tu ne peux pas en prendre deux d'un coup. Quand tu penses avoir fini tu me le dis.* » Aucune indication de réussite ou d'échec n'a été formulée explicitement aux élèves afin de les laisser travailler sereinement sur la tâche sans avoir la crainte d'échouer.

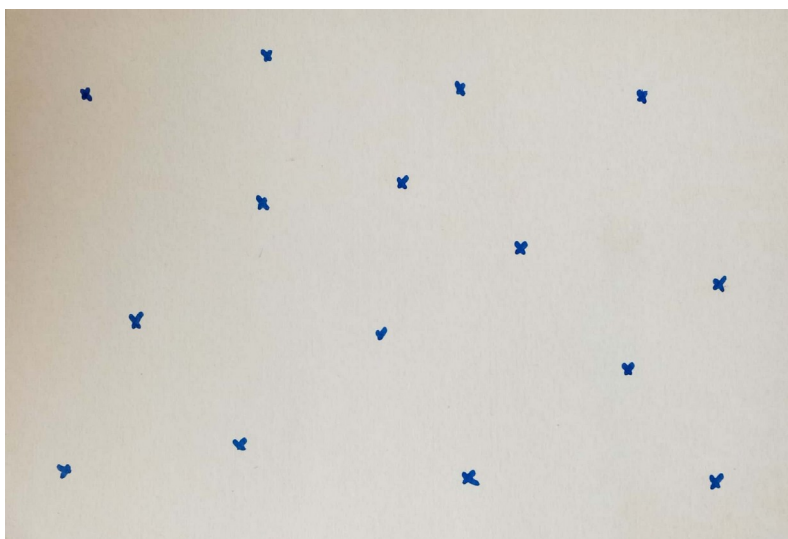


Figure 15: Disposition des croix pour la tâche d'énumération.



Figure 16: Ensemble du matériel proposé pour la tâche d'énumération.

Concernant les critères d'évaluation l'élève réussit la tâche lorsqu'il récupère tous les cubes sans avoir soulevé deux fois un même bouchon. La tâche est considérée comme échouée dans deux cas : si l'élève soulève un bouchon et qu'il n'y a pas de cube dessous, et si l'élève oublie de soulever au moins un bouchon et qu'il reste donc au moins un cube caché. En cas d'échec, il est noté par le chercheur le nombre de cubes ramassés avant erreur ou le nombre de cubes oubliés. Il sera également observé les attitudes des élèves au moment de la fin de la tâche : à savoir si les élèves peuvent signifier qu'ils ont terminé la tâche ou s'ils ont besoin de soulever des bouchons proches du dernier bouchon soulevé. Dans ce cas, ils ont besoin de s'assurer qu'il ne reste effectivement plus de cubes, avant de signaler au chercheur qu'ils ont terminé.

5.4.1.2 Analyse a priori de la tâche

Cette tâche est la première proposée aux élèves, bien qu'elle soit peu habituelle pour ceux-ci, elle ne requiert pas de consignes complexes. Et comme le chercheur a pris le parti de ne pas expliquer les cas possibles d'échecs, elle permet de débiter la passation par une situation ressentie comme maîtrisable par les élèves.

Concernant les variables didactiques, nous pouvons préciser que le choix a été fait de marquer préalablement l'emplacement des cubes pour assurer au chercheur que tous les bouchons sont placés selon la même organisation pour tous les participants. Cela permet également de contraindre l'élève à remettre le bouchon soulevé à la « bonne place », ceci empêchant l'utilisation d'une stratégie de déplacement des éléments. Nous devons préciser que le matériel comporte des cubes de la même taille mais ayant des couleurs différentes, ceci ne devrait pas influencer sur le comportement des élèves puisque les cubes sont ensuite recouverts de bouchons. Les bouchons sont tous également de tailles équivalentes mais ayant des couleurs différentes. Nous supposons que la couleur des bouchons ne permettra pas de servir d'indice aux élèves dans le sens où les bouchons sont posés successivement de manière aléatoire, en ce sens les bouchons d'une même couleur ne sont pas nécessairement regroupés au même endroit, ou produisant un chemin particulier. De plus l'attention des élèves n'est pas portée sur les bouchons en eux-mêmes mais sur le chemin à parcourir ainsi les couleurs n'influeraient pas sur la prise de décision des élèves, comme si cette différence de couleur n'était plus visible.

Les procédures attendues dans la réalisation de cette tâche tiennent à l'organisation du chemin parcouru par les élèves pour construire la collection, et à la manifestation ou non de la fin de l'exercice par les élèves eux-mêmes. Les élèves sont contraints d'utiliser la boîte pour mettre les cubes déjà ramassés ce qui organise l'espace de travail, ainsi ils ne s'encombrent pas des cubes dans leurs mains sans savoir où les poser, ni ne les posent sans organisation sur la table pouvant engendrer une confusion entre ce qui est déjà traité et ce qui est en cours de traitement. Par exemple si les cubes sont trop proches des bouchons, l'élève ne pourrait pas faire la différence entre les cubes déjà ramassés et celui rendu visible. Pour compléter, en s'appuyant sur les apports de Margolinas et ses collaborateurs (2015), nous pouvons penser que les élèves pourront organiser l'énumération de la collection en utilisant une stratégie de linéarisation. Pour rappel, cette stratégie permet aux élèves de tracer mentalement un chemin pour rejoindre chacun des éléments.

Cette stratégie peut prendre différentes formes, et nous pensons que la majorité des élèves utiliseront l'un des chemins suivants :

- le cheminement de proche en proche où chaque élément est pris successivement,

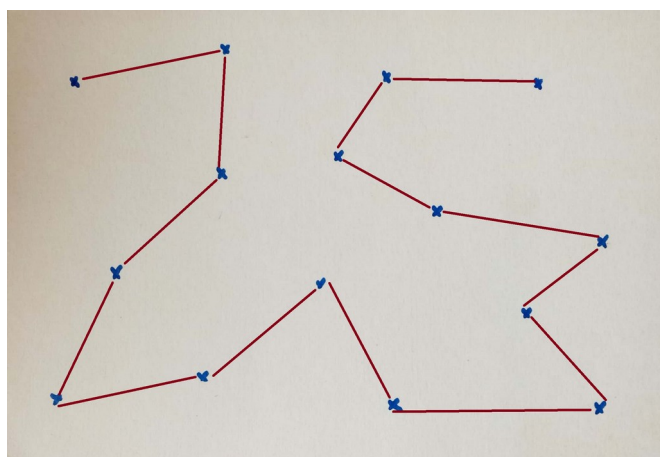


Figure 17: Exemple d'un cheminement de proche en proche.

- le chemin par les bords où les éléments extérieurs sont pris successivement avant de passer aux éléments plus intérieurs, cela peut donner l'image d'une coquille d'escargot,

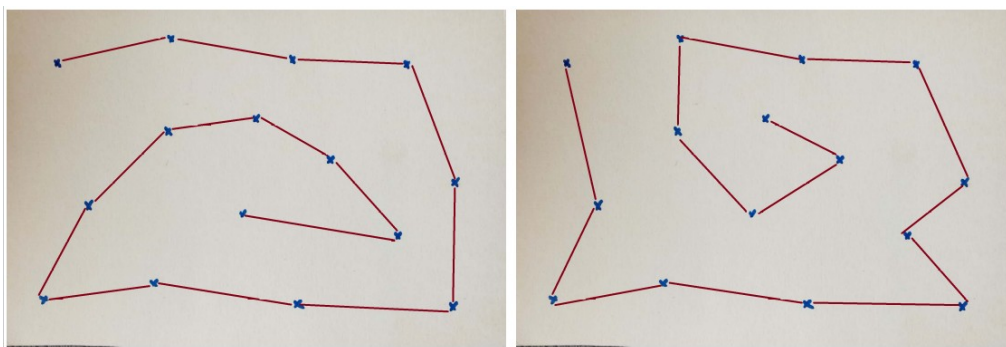


Figure 18: Exemples de cheminement par les bords, selon le sens de rotation.

– les chemins parallèles qu’ils soient verticaux ou horizontaux,

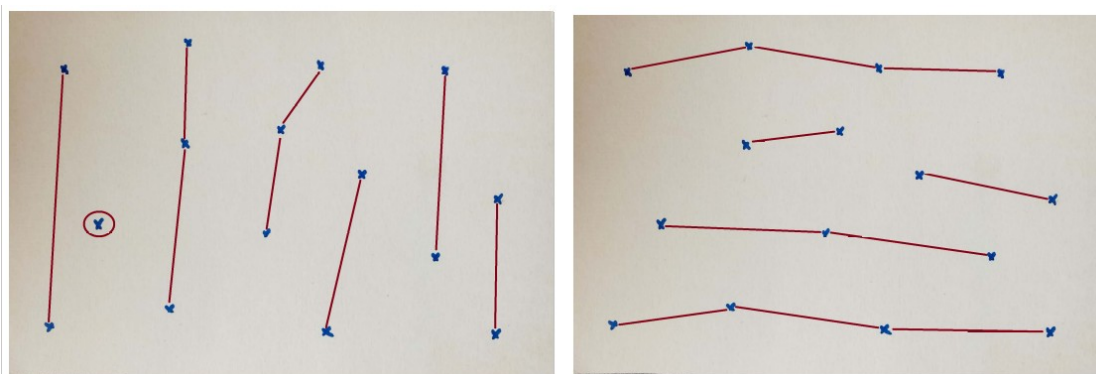


Figure 19: Exemples de chemins parallèles verticaux et horizontaux.

– certains élèves ne construiront pas de chemin précis visible, dans ce cas les éléments sembleront être pris successivement sans ordre apparent.

Lorsque les élèves pensent avoir terminé l’exercice ils doivent le signifier au chercheur. Nous précisons ici que la fin de tâche d’énumération est distincte de la tâche d’énumération en elle-même. Le chercheur sait quand l’enfant a fini d’énumérer la collection. Ainsi, dans le cas où un élève ne dit pas qu’il a fini et qu’il soulève un ou plusieurs bouchons, le chercheur considérera la tâche d’énumération comme réussie. Mais il considérera la fin de la tâche comme non anticipée ou non contrôlée par l’élève. Le chercheur considère qu’un élève qui n’a pas besoin de soulever d’autres bouchons une fois le dernier cube ramassé, a réussi à contrôler la fin de tâche, même si la verbalisation n’est pas toujours effective. Les élèves de CE2 seraient davantage en mesure de contrôler la fin de tâche comparés aux élèves d’ULIS-TFC. En effet les élèves d’ULIS-TFC ont un besoin de sécurité plus important, ils peuvent avoir un besoin plus important de contrôler la fin de tâche en soulevant un ou deux bouchons à proximité du

dernier avant de conclure la tâche. Dans ce cas le chercheur notera le nombre de bouchons soulevé par les élèves : est-ce seulement 1, 2 ou plus ? Est-ce la totalité des bouchons ? Dans cette situation, nous ne pouvons pas enlever l'hypothèse qu'un élève compte le nombre de cubes en même temps qu'il les place, lui permettant ainsi d'être sûr qu'il a récupéré tous les cubes. Cependant nous pouvons supposer que très peu d'élèves utiliseront cette stratégie anticipatrice puisque la consigne de compter n'a pas été verbalisée, et que la consigne étant donnée étape par étape, ils ne savent pas ce qui leur sera demandé après avoir posé les cubes.

Les difficultés attendues dans cette tâche sont de l'ordre de l'exigence motrice et des multiples sous-tâches à réaliser mentalement afin de maîtriser la tâche. Cette tâche nécessite des gestes moteurs précis et nécessitant d'être réalisés dans un ordre fixe pour être efficaces : soulever le bouchon, prendre le cube, déposer le cube dans la boîte, remettre le bouchon à sa place initiale (repérable par la croix visible). Cette succession de gestes moteurs peuvent mettre en difficulté certains élèves, par exemple ceux étant atteints de dyspraxie⁸, mais aussi pour tous ceux qui n'ont pas une maîtrise suffisante de leur motricité fine. Chez ces élèves les gestes moteurs peuvent prendre une place considérable en termes de charge mentale à tel point qu'ils n'ont plus assez de « place » pour la mémorisation du chemin déjà parcouru et restant à parcourir. Autrement dit, les élèves se retrouvent en situation de double-tâche : leur attention est dirigée sur une action de bas niveau non automatisée, limitant ainsi leurs ressources attentionnelles pour gérer les tâches dites de haut niveau comme la mémorisation et la planification à l'œuvre dans cet exercice. Ces gestes moteurs lorsqu'ils sont bien installés et automatisés forment une routine permettant de focaliser l'attention sur la planification et la mémorisation, seulement comme le suggère Briand (1999) si l'on observe une rupture dans le schéma des gestes alors l'enfant pourra oublier un cube ou au contraire revenir sur un bouchon déjà soulevé engendrant ainsi un échec. Cette rupture peut émaner d'une distraction extérieure (un bruit, un passage dans la pièce...), d'une maîtrise moyenne des gestes moteurs à réaliser ou d'un élément interne à l'élève (une pensée parasite venant troubler son attention...).

De plus, cette succession de gestes moteurs est associée à plusieurs tâches relevant des fonctions cognitives : une mémorisation du chemin déjà parcouru et restant à parcourir, une planification des étapes à venir, une attention importante sur l'action complète dont la visée est de pouvoir enlever le dernier cube. Ainsi cette tâche requiert de maîtriser plusieurs sous-tâches de manière successive et de manière simultanée, nous pouvons donc penser que les élèves en situation de handicap pourront se retrouver en plus grande difficulté que les élèves dits

8 Dyspraxie : trouble de la planification, de l'automatisation et de la coordination des gestes volontaires.

« ordinaires ». L'échec de cette tâche ne serait pas tant dû à l'incompréhension de la consigne mais davantage parce que les élèves en situation de handicap se retrouveraient plus vite en situation de surcharge cognitive empêchant un contrôle efficace de leurs actions.

5.4.2 Deuxième tâche : dénombrement

5.4.2.1 Présentation de la tâche

Dix cartes au format A5 contenant entre 2 et 15 points sont présentées aux élèves. Il leur est demandé : « *Combien y a-t-il de points sur cette carte ?* » Les nombres sont présentés dans un ordre aléatoire (mais qui est le même pour tous les participants), à savoir : 4 – 10 – 7 – 11 – 8 – 2 – 6 – 15 – 5 – 9. Le chercheur note, en cas d'erreur, le nombre dit par l'élève et l'analyse de cette erreur, quand cela est possible : erreur dans la suite numérique verbale, échec dans l'énumération de la collection, oubli du dernier mot-nombre... Si les élèves demandent au chercheur s'ils doivent ou s'ils peuvent compter pour répondre à la question, le chercheur répond « *tu peux faire ce que tu penses être juste pour pouvoir me dire combien il y a de points sur cette carte* ». Si l'élève insiste en reposant la question ou s'il se bloque, alors le chercheur pourra dire « *oui, tu as le droit de compter* ».

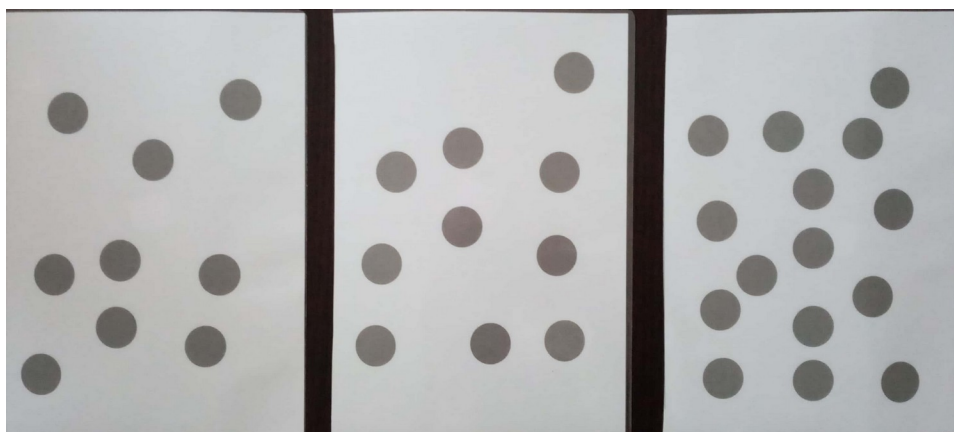


Figure 20: Exemples pour 9, 10 et 15 points.

5.4.2.2 *Analyse a priori de la tâche*

Pour cette tâche nous pouvons penser que assez peu d'élèves seront en échec pour deux raisons : la première est que les quantités à dénombrer sont plutôt modestes pour la grande majorité des participants, la seconde tient à ce que cette tâche est très habituelle chez les élèves que ce soit dans les tâches scolaires mais aussi hors temps scolaires. En effet, les enfants sont amenés régulièrement à dénombrer des collections construites.

Concernant les variables didactiques, nous pouvons préciser que pour toutes les cartes, tous les points ont la même taille et que la disposition de ceux-ci permet de conserver un aspect d'ensemble équivalent pour des quantités proches. Cette attention a été portée dans le but de limiter « *les illusions de numérosité* » reprise par Barouillet et Camos (2006).

Concernant les procédures attendues, les élèves doivent dénombrer l'ensemble des points présents sur la carte. Les élèves pourront compter à voix haute, en murmurant, en bougeant uniquement les lèvres ou de manière intérieure. Le chercheur observera également la méthode employée pour énumérer la collection de points, elle peut être effectuée en considérant les points les uns après les autres ou par regroupement de points. Si les points sont pris comme des éléments uniques, les élèves pourront réaliser un pointage avec le doigt, un pointage visuel accompagné d'un mouvement de tête, un parcours visuel de la collection sans indice particulier visible sur le chemin parcouru. Sur ce point, précisons que le chercheur portera son attention, quand cela est visible, au chemin réalisé pour parcourir la collection. Certains élèves pourront parcourir cette collection en regroupant des éléments en reconnaissant une constellation. Par exemple dans la carte représentant la quantité 9, un élève pourrait reconnaître une constellation de 3 points et dire « trois » puis sur-compter chacun des autres points un à un, ou il pourrait reconnaître une constellation de six points et dire « six » puis sur-compter chacun des autres points restant un à un.

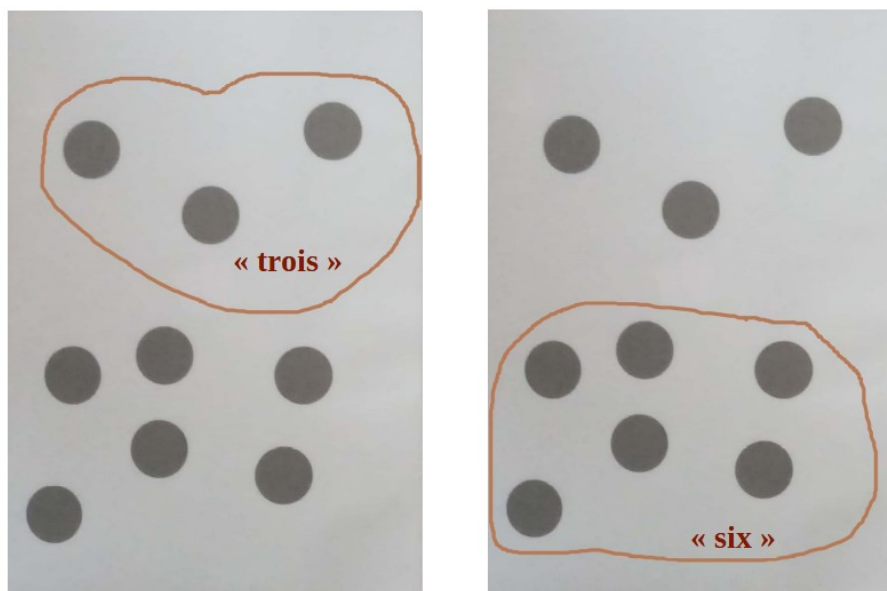


Figure 21: Exemples d'une stratégie possible de dénombrement avec reconnaissance d'une constellation.

Même si cette tâche devrait pouvoir être résolue avec succès par la plupart des élèves, certains pourront être en échec. Dans ce cas les difficultés attendues sont de deux ordres : une méconnaissance de la suite numérique verbale et/ou un parcours inopérant de la collection, puisque comme le précise Briand (1999) ces deux tâches sont fortement imbriquées. Cette relation ne serait pas forcément aussi systématique puisque la tâche d'énumération est peu courante alors que la tâche de dénombrement est très habituelle, ainsi les élèves ont peut-être développé des stratégies efficaces dans la tâche de dénombrement qu'ils n'ont pas pu mettre en œuvre dans la tâche d'énumération soit parce qu'ils ne font pas de rapprochement entre ces deux tâches et agissent donc de manière différente soit parce qu'ils manquent d'entraînement pour la tâche d'énumération.

5.4.3 Troisième tâche : approximation des quantités dans une tâche additive

5.4.3.1 Présentation de la tâche

Deux cartes de formats A4 contenant entre 3 et 40 points sont présentées aux élèves, elles sont réunies au sein d'une même boîte. Ensuite une troisième carte, de format A4 contenant entre 15 et 85 points est présentée aux élèves. Il est demandé aux élèves : « Où y a-t-il le plus de points ? Dans la boîte, avec les deux cartes réunies (un geste désigne la boîte) ou

sur cette carte (un geste désigne la troisième carte posée à côté de la boîte) ? » Les écarts entre le nombre de points dans la boîte et le nombre de points sur la troisième carte varie entre 5 points, 10 points ou 15 points. Cette variation est possible dans les deux sens, c'est-à-dire que la plus grande quantité peut se trouver dans la boîte ou sur la troisième carte. Il est présenté aux élèves 7 situations, mais au préalable deux essais sont proposés. Ceux-ci ne comptent pas pour la validation, mais permettent d'assurer la bonne compréhension de l'exercice.

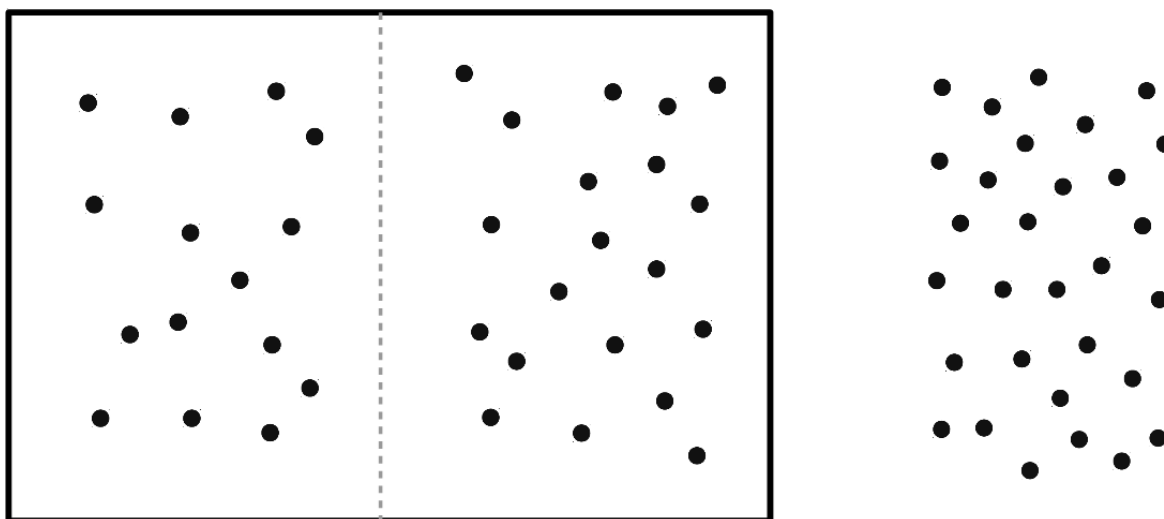


Figure 22: Exemple de comparaison, première situation: $15+20$ comparé à 30.

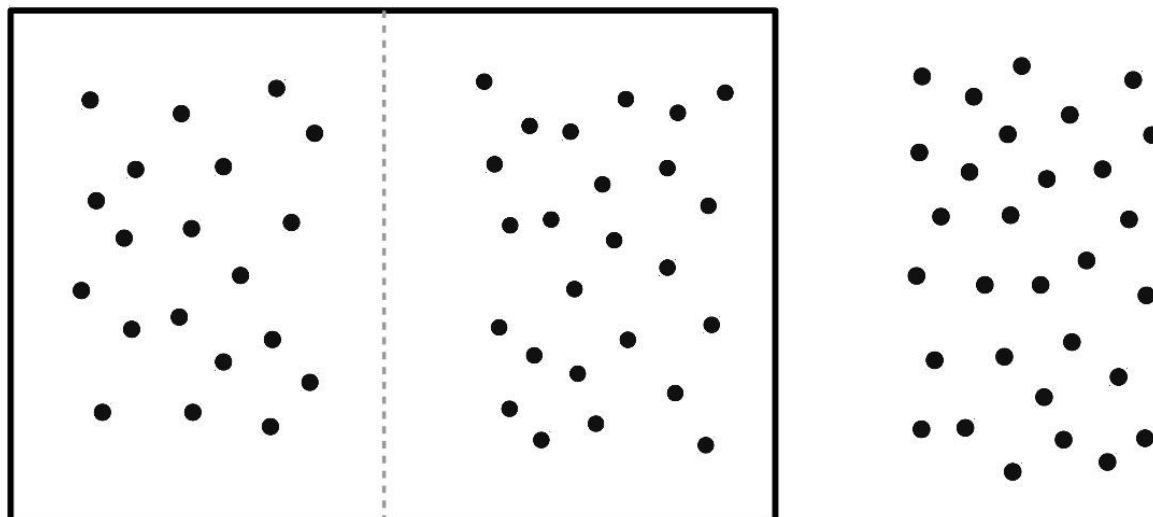


Figure 23: Exemple de comparaison, sixième situation: $20+25$ comparé à 30.

Tableau 6 : Nombre de situations où la quantité la plus grande est proposée en fonction des écarts de points.

	Écart de 5	Écart de 10	Écart de 15
Boîte	1	1	1
Troisième carte	2	1	1

5.4.3.2 Analyse a priori de la tâche

En s'appuyant sur l'étude menée sur les Mundurucus (Pica & al., 2004), la tâche d'approximation devrait être réussie de manière équivalente quel que soit le groupe des participants. En effet les capacités d'estimation des quantités et de comparaison seraient des compétences « déjà là », au sens où elles peuvent être présentes même sans avoir développé un langage mathématique précis pour penser les nombres. Dans cette étude (Pica & al., 2004), il est précisé que les Mundurucus n'ont pas de compétences numériques suffisamment précises pour dénombrer les quantités en jeux, mais ils sont capables de raisonner sur des quantités plus grandes que celles qu'ils peuvent nommer dans des tâches d'estimation. Certains élèves en situation de handicap peuvent se retrouver dans une situation similaire où leurs compétences numériques ne leur permettent pas d'accéder à un dénombrement correct des quantités, puisqu'ils n'ont pas acquis toute la suite numérique orale jusqu'à 80, mais ils peuvent tout de même avoir accès à une représentation approximative des quantités par le code analogique. Dans cette tâche, les élèves doivent dans un premier temps estimer la quantité de points représentée dans chacune des deux cartes, ils doivent fusionner ces deux quantités distinctes en une seule pour ensuite la comparer à une troisième quantité.

Concernant les variables didactiques, nous avons vu précédemment les différents écarts proposés dans les quantités à comparer. Pour rappel, ces écarts peuvent être de 5, 10 ou 15. Nous attendons des résultats légèrement différents selon l'écart entre les quantités à comparer, en effet plus l'écart est faible, plus la tâche est complexe. Les résultats devraient donc être moins bons lorsque l'écart est de 5 points par rapport à un écart de 10 ou 15 points. Nous pouvons également préciser que tous les points ont la même taille et que l'organisation spatiale des points est relativement similaire entre les différentes cartes. Cette attention a été portée dans le but de limiter « les illusions de numérosité » reprise par Barouillet et Camos (2006). De

plus, si des difficultés ou des incompréhensions sont repérées, une passation avec manipulation est possible. Dans ce cas, ce ne sont plus des cartes avec des points qui sont proposées aux élèves, mais ce sont des pochettes transparentes contenant des cubes. Nous pouvons préciser que la taille des cubes ne varient pas ainsi que la taille des pochettes transparentes qui correspondent au format A4. La suite de la passation, et la consigne restent inchangées.



Figure 24: Exemple de comparaison, deuxième situation: $29+36$ comparé à 80.



Figure 25: Exemple de comparaison, cinquième situation: $32+38$ comparé à 75.

Tableau 7 : Détails des situations de comparaison proposées.

	Boîte			3 ^{ème} carte
	Quantité 1	Quantité 2	Total à comparer	
Test	6	4	10	20
	12	8	20	10
Expérimentation	15	20	35	30
	29	36	65	80
	3	7	10	15
	18	27	45	35
	32	38	70	75
	20	25	45	30
	40	35	75	85

La procédure attendue pour la réalisation de cette tâche est une fusion des deux premières quantités présentées pour former une nouvelle quantité qui est ensuite comparée à une troisième quantité. Cependant il est difficile d'expliquer plus précisément les procédures utilisées par les participants, puisque la fusion des deux premières cartes et la comparaison des quantités sont des actes strictement mentaux sans signes extérieurs permettant de « voir » comment cela se réalise.

Les difficultés rencontrées par les élèves sont difficilement envisageables puisque cette tâche est, d'après l'étude menée par Pica et ses collaborateurs (2004), réussie par l'ensemble des participants. Des hypothèses seront proposées pour expliquer les éventuelles difficultés rencontrées par les élèves. Cependant nous pouvons déjà supposer que la réalisation de la fusion des deux quantités pourrait être difficile pour certains élèves, notamment ceux bénéficiant de l'ULIS-TFC. En effet, cela nécessite de garder en mémoire les deux quantités, de les fusionner et de garder en mémoire cette nouvelle quantité suffisamment longtemps pour pouvoir la comparer à la troisième. Dans le cas où ils n'arrivent pas à mémoriser la fusion des deux cartes, nous pouvons penser qu'ils ne garderont qu'une seule des deux cartes présentées en mémoire, et dans ce cas la réponse des élèves désignera, comme étant la plus grande

quantité, la troisième carte. Précisons qu'il n'y a qu'une seule situation, dans la phase test, deuxième exemple, où l'une des deux cartes présentées comporte plus de points que la troisième carte. Dans le cas où les élèves présentent des signes d'incompréhension ou des difficultés importantes se manifestant par un seul type de réponse (soit dans la boîte, soit la troisième carte) ou par des réponses « au hasard », le chercheur proposera la tâche avec les cubes. Les critères des réponses au hasard ne sont pas prédéfinis mais le chercheur sera observateur des attitudes des élèves pour pouvoir les percevoir le plus justement possible. Par exemple un élève qui répond très vite ou qui ne regarde pas attentivement les cartes proposées. Mais ce facteur hasard peut difficilement être exclu en totalité dans cette épreuve.

5.4.4 Quatrième tâche : calculs exacts

5.4.4.1 Présentation de la tâche

Une feuille cartonnée est présentée aux élèves sur laquelle est scotché un dessin de boîte. Au-dessus de cette boîte, une bande de papier est attachée sur laquelle est représentée une collection de points comprise entre 1 et 8 points. À l'intérieur de la boîte, se trouve une autre bande de papier (cachée des élèves) contenant elle aussi une collection de 1 à 8 points dessinés. Les élèves ont devant eux trois cartes posées sur lesquelles il est inscrit respectivement les chiffres : 0, 1 et 2. La consigne est ensuite donnée aux élèves en ces termes : *« Tu as une bande de papier (geste qui indique la bande de papier visible, celle au-dessus de la boîte) sur laquelle tu peux voir une certaine quantité de points. Ces points vont entrer dans la boîte, puis une certaine quantité de points va en ressortir. Il faut que tu me dises combien de points sont restés dans la boîte. Je te précise que pour cet exercice, la réponse peut être soit 0, soit 1, soit 2. Tu peux prendre le temps de compter le nombre de points que tu vois. »* Cette tâche consiste donc à réaliser des soustractions exactes, 9 situations sont proposées à savoir : 7-5 ; 5-4 ; 4-3 ; 3-1 ; 1-1 ; 8-8 ; 5-3 ; 3-3 ; 6-5.

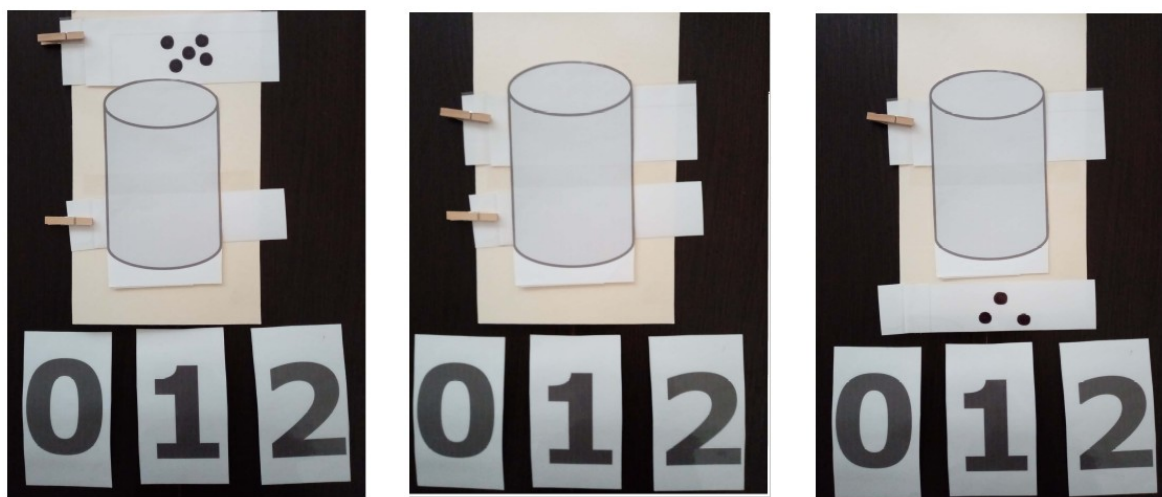


Figure 26: Exemple du déroulement avec la septième situation 5–3.

5.4.4.2 Analyse a priori de la tâche

Dans cette tâche, nous attendons des différences de résultats entre les élèves d’ULIS-TFC et les élèves de CE2. Nous pensons que les élèves d’ULIS-TFC seront davantage en difficulté dans le sens où cette tâche requiert une manipulation précise des quantités sans support matériel possible autre que leurs doigts pour résoudre les calculs.

Concernant les variables didactiques, nous pouvons rappeler que la représentation des quantités par les points peut respecter les constellations puisque les élèves doivent nécessairement connaître les quantités exactes en jeu. En effet, dans cette tâche ce n’est pas le dénombrement de la collection de points qui est important mais le calcul, en ce sens si un élève se trompe dans la nomination d’une quantité, le chercheur demandera à l’élève de recompter. Ces points sont tous de la même taille et chaque quantité est toujours représentée de la même manière. Si des élèves sont en difficultés ou montre des signes d’incompréhension, la tâche est proposée dans sa forme manipulable. Dans ce cas, une boîte contenant des cubes est présentée aux élèves, ensuite elle est cachée et le chercheur retire des cubes de la boîte, ceux-ci sont présentés aux élèves. Il leur est enfin demandé le nombre de cubes restant dans la boîte (toujours cachée des élèves). Les quantités en jeu sont « petites » dans le sens où les élèves peuvent utiliser leurs deux mains pour résoudre les soustractions puisque le plus grand opérande est 8.

Concernant les procédures attendues, il est dans un premier temps nécessaire que cette tâche soit comprise et reconnue comme étant une situation pouvant se résoudre par une soustraction. Ensuite les élèves doivent décider de la stratégie à mettre en œuvre : compter à rebours, chercher le complément, baisser autant de doigts que d'éléments sortis de la boîte, résoudre une soustraction mentalement par récupération du résultat si celui-ci est connu et mémorisé en mémoire à long terme. Pour le comptage à rebours ou la recherche du complément, les élèves peuvent résoudre cela mentalement ou à l'aide des doigts. S'ils choisissent la stratégie du comptage à rebours, ils partent du nombre présenté au départ et recule mentalement ou en appuyant leur comptage à l'aide des doigts d'autant de pas que de points sortis de la boîte. Ensuite ils énoncent leur réponse verbalement ou en pointant la carte correspondante.

« cinq »
*Puis comptage à rebours
avec contrôle mental*

« quatre »
« trois »
« deux »

« cinq »
*Puis comptage à rebours
avec contrôle digital*

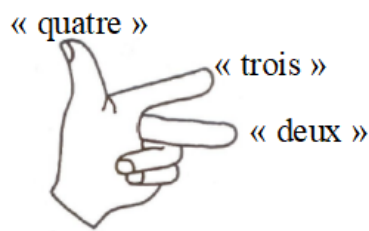


Figure 27: Exemple de la procédure comptage à rebours avec la septième situation 5-3.

Si les élèves choisissent la recherche de complément, ils partent du nombre de points sortis de la boîte et ajoute mentalement ou en appuyant leur comptage à l'aide des doigts autant d'éléments nécessaires pour atteindre la quantité initiale. Ensuite ils comptent le nombre de pas mental effectué ou de doigts levés et énoncent leur réponse verbalement ou en pointant la carte correspondante.

« trois »
*Puis ajout d'autant d'éléments
nécessaire pour arriver à la
quantité initiale, avec contrôle
mental.*

« trois »
*Puis ajout d'autant d'éléments
nécessaire pour arriver à la
quantité initiale, avec contrôle
digital.*

« quatre »
« cinq »

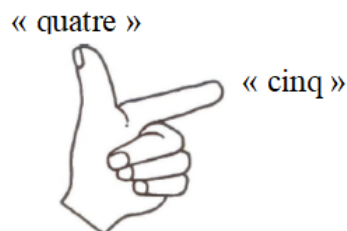


Figure 28: Exemple de la procédure: recherche du complément avec la septième situation 5-3.

Si les élèves choisissent de résoudre la soustraction avec leurs doigts, ils placent sur leurs doigts la quantité initiale puis ils baissent autant de doigts que de points sortis de la boîte. Ensuite ils comptent le nombre de doigts restant et énoncent leur réponse verbalement ou en pointant la carte correspondante.

« cinq » quantité initiale présentée



trois doigts baissés



Figure 29: Exemple de la procédure: résolution à l'aide des doigts avec la septième situation 5-3.

Cette tâche est complexe et plusieurs difficultés sont attendues. Tout d'abord certains élèves ne percevront pas cette situation comme une soustraction et n'arriveront pas à développer des stratégies pour rechercher la réponse. Ensuite, elle nécessite une mise en œuvre de nombreuses sous-tâches liées aux fonctions cognitives : les élèves doivent garder en mémoire la quantité initiale, se souvenir de la stratégie choisie à appliquer, garder en mémoire la quantité à soustraire, appliquer la stratégie pas à pas tout en gardant en mémoire les données

numériques, mémoriser le résultat et enfin l'énoncer ou le pointer. L'utilisation des doigts, dans ce cas présent permettrait, en partie, de soulager cette charge mentale. Cependant, si certains des participants utiliseront leurs doigts, nous pensons que certains ne les utiliseront pas soit parce que ce n'est pas une habitude pour eux, soit parce que la situation ne sera pas reconnue comme pouvant être résolue par cette méthode, soit parce que le chercheur ne l'a pas demandé.

Comme nous avons pu le voir, cette situation requiert des ressources attentionnelles importantes pour les élèves, or nous savons notamment au travers des profils type des élèves d'ULIS-TFC que ces ressources attentionnelles sont limitées et vite saturées chez ces élèves. Nous nous attendons à ce que certains élèves oublient que les réponses possibles sont déjà prédéfinies (0, 1 ou 2) bien que celles-ci soient toujours visibles des élèves, dans ce cas répondre un nombre différent peut-être un indice pour repérer une incompréhension de l'exercice ou une surcharge cognitive. Certains élèves pourront également répondre au hasard, dans ce cas, ce peut-être des enfants qui répondent très vite en utilisant les nombres possibles (0, 1 ou 2) ou tout autre nombre. Les critères des réponses au hasard ne sont pas prédéfinis mais le chercheur sera observateur des attitudes des élèves pour pouvoir les percevoir le plus justement possible et essayer de corriger cela, en réexpliquant la consigne ou en proposant la même situation mais présentée avec le matériel.

5.4.5 Cinquième tâche : représentation spatiale des nombres sur une ligne numérique

Cette tâche se décline en au moins deux exercices différents, mais selon les difficultés rencontrées par les élèves au cours de la passation des tâches précédentes ou du niveau de l'élève, elle peut comporter trois exercices. En termes de lexique, lorsque nous parlons de la tâche nous faisons référence à la représentation spatiale des nombres sur une ligne numérique, lorsque nous parlons d'exercices nous faisons références aux trois exercices différents proposés relevant de cette même tâche. Précisons que dans cette sous-partie, pour des questions de lisibilité la description de la tâche détaillera successivement les trois types d'exercices et l'analyse a priori présentera les éléments communs de ces trois exercices et les éléments particuliers à un exercice seront précisés par la suite.

5.4.5.1 Description de la tâche

Le premier exercice est réalisé par tous les élèves. Il se compose de 8 bandes numériques mesurant chacune 19,8 cm allant de 1 à 10 (indiqué par les nombres écrits en chiffres). En haut à droite de ces bandes est écrit un nombre en chiffre. L'exercice est ainsi expliqué « *Tu as sous les yeux, une bande numérique. Ici (geste montrant la première borne) est placé le nombre 1, là (geste montrant la dernière borne) est placé le nombre 10 et les nombres viennent se ranger le long de cette ligne. Donc ici, tu as le nombre 1 et les nombres vont venir se ranger le long de cette ligne jusque-là où c'est 10. Je vais te demander de mettre un trait pour me dire où est-ce que tu placerais ce nombre-là (avec un geste qui indique le nombre écrit en haut à droite) ?* » Le chercheur propose successivement chacune des bandes, où les nombres à ranger sont présentés de manière aléatoire mais dont l'ordre est identique pour chacun des élèves à savoir : 2 – 7 – 3 – 5 – 9 – 4 – 6 et 8.



Figure 30: Exemples de lignes numériques allant de 1 à 10 avec nombres écrits en chiffres.

Le deuxième exercice est facultatif dans le sens où il n'est proposé qu'à certains élèves. L'exercice se compose de 8 bandes numériques mesurant chacune 19,8 cm allant de 1 à 10 (indiqué par des nuages de points). L'exercice est réexpliqué ainsi : « *Tu as sous les yeux, une bande numérique. Ici, tu as comme ça de points et les différentes quantités vont venir se ranger le long de cette ligne jusque-là où il y a comme ça de points. Je vais te demander de mettre un trait pour me dire où est-ce que tu placerais cette quantité-là (avec un geste qui indique le nombre écrit en haut à droite) ?* » Les quantités à ranger sont présentées de manière aléatoire mais dont l'ordre est identique pour chacun des élèves à savoir : 3 – 8 – 5 – 9 – 6 – 4 – 7 et 2.



Figure 31: Exemples de lignes numériques allant de 1 à 10 avec les nombres représentés par des nuages de points.

Le troisième exercice est réalisé par tous les élèves. Dans cet exercice 15 bandes numériques sont proposées aux élèves, elles mesurent chacune 20 cm, allant de 1 à 100. En haut à droite de chaque bande est inscrit un nombre en chiffre. La consigne est donnée en ces termes « Ici (geste montrant la première borne) est placé le nombre 1, là (geste montrant la dernière borne) est placé le nombre 100, et les nombres viennent se ranger le long de cette ligne. Je vais te demander de mettre un trait pour me dire où est-ce que tu placerais ce nombre-là (avec un geste qui indique le nombre écrit en haut à droite) ? » Parmi les 15 nombres proposés, 9 sont supérieurs à 30 et 6 sont inférieurs à 30. Les nombres à ranger sont présentés de manière aléatoire mais dont l'ordre est identique pour chacun des élèves à savoir : 34 – 88 – 50 – 5 – 62 – 8 – 97 – 3 – 21 – 13 – 75 – 47 – 10 – 68 – 84.



Figure 32: Exemples de lignes numériques allant de 1 à 100 avec nombres écrits en chiffres.

5.4.5.2 Analyse a priori de la tâche

Cette tâche ne devrait pas poser de problème de compréhension pour les élèves puisque la ligne numérique serait une représentation spatiale des nombres vite comprise (Izard & al., 2008), d'autant plus qu'au cours de leur scolarité les élèves ont pu rencontrer cette tâche à plusieurs reprises. Nous pensons qu'une différence sera visible entre les élèves de CE2 et les élèves d'ULIS-TFC, dans le sens où il y a plus de possibilité qu'un élève d'ULIS-TFC ne maîtrise pas la suite numérique ou l'écriture chiffrée des nombres (notamment les irréguliers) par rapport aux élèves de CE2. Plus précisément, concernant les résultats des nombres de 1 à 10, les élèves devraient être en réussite avec peu de différence entre les élèves d'ULIS-TFC et les élèves de CE2, puisque peu d'élèves ne maîtrisent pas la suite numérique de 1 à 10. D'après les résultats de l'étude d'Izard et ses collaborateurs (2008) et du fait des quantités plutôt faibles, nous pouvons penser que les nombres seront placés à intervalles réguliers pour la majorité des élèves, présentant les résultats sous la forme d'une droite traduisant donc un profil linéaire. Cependant si des élèves présentent une méconnaissance de la suite numérique jusqu'à 10 ou une méconnaissance des nombres écrits alors nous pouvons penser que ces élèves s'appuieront davantage sur une représentation approximative des nombres, se traduisant par une courbe de type logarithmique. Concernant les résultats des nombres de 1 à 100, nous pouvons penser que les élèves ayant des compétences numériques peu construites auront un profil de type logarithmique traduisant une conception approximative des nombres peu précise (Izard & al., 2008 ; Siegler & Booth, 2004). Cependant les élèves de CE2 et les élèves d'ULIS-TFC ayant des compétences numériques similaires auront un profil plus linéaire traduisant une estimation plus précise des nombres.

La tâche proposée comporte deux variables didactiques, l'une liée aux quantités à placer sur la ligne numérique et l'autre à leur représentation. En effet les quantités numériques peuvent aller de 1 à 10 ou de 1 à 100. Et dans le cas des quantités allant de 1 à 10, la représentation de ces quantités peut être différente puisqu'elle peut être présentée sous la forme de nombres écrits en chiffres ou sous la forme de nuages de points. L'exercice utilisant la représentation des quantités, de 1 à 10, sous la forme de nuages de points n'est proposé qu'aux élèves ayant un niveau mathématique faible (niveau inférieur au CP) et/ou si l'élève a présenté des difficultés importantes au cours de la passation du protocole, et notamment au cours du premier exercice de cette tâche avec les nombres écrits en chiffre.

Les procédures utilisées par les élèves pourront s'appuyer sur une représentation approximative du nombre, par exemple en plaçant les nombres de manière intuitive, c'est-à-dire qu'il repère les deux extrémités de la ligne numérique et juge approximativement la place du nombre donné. Ces élèves, placeront le trait représentant la place du nombre en un geste. Nous pouvons penser que certains élèves pourront s'aider de leurs connaissances numériques et spatiales en repérant la moitié de la ligne numérique, avant de décider où le nombre sera placé. D'autres élèves s'appuieront davantage sur une représentation exacte du nombre en partant de l'extrémité 1 et en comptant successivement de 1 en 1 jusqu'au nombre à placer tout en réalisant un écart régulier. Cette représentation exacte du nombre pourra être fastidieuse dans le troisième exercice, dans ce cas les élèves pourront compter successivement de 10 en 10 pour atteindre la dizaine correspondante au nombre demandé puis de 1 en 1 jusqu'au nombre demandé, tout en réalisant des écarts réguliers sachant que les écarts de 10 seront plus importants que les écarts de 1. Certains élèves pourront changer de procédures en cours d'un même exercice ou entre les différents exercices selon qu'ils se sentent en difficulté ou plus en confiance dans l'exercice. Mais aussi en fonction de leur capacité à modifier rapidement une stratégie en vue d'une autre plus rapide, plus efficace. Et enfin, en fonction de leur résistance à une tâche plus longue, puisque celle-ci comporte au moins deux exercices différents. Par exemple certains élèves peuvent s'attacher à une représentation exacte du nombre, puis au fil des exemples qui leur sont présentés acquièrent un certain savoir-faire et peuvent se détacher de la lourdeur du comptage 1 à 1 en faveur d'une représentation plus approximative. À contrario, nous pourrions rencontrer des élèves s'attachant à une procédure exacte et ne l'abandonnant que parce qu'ils veulent « vite finir ». Précisons que le deuxième exercice, présentant les quantités sous la forme de nuages de points pourront inviter les élèves à utiliser leurs connaissances approximatives des nombres en se référant à une estimation des nuages de points. Mais les élèves peuvent également dénombrer le nombre de points et placer ce nombre correspondant sur la ligne. Dans ce cas, les élèves ayant compris la métaphore de la ligne numérique mais n'ayant pas accès au code arabe-écrit des nombres seront aidés.

Cette tâche peut engendrer des difficultés pour certains élèves, notamment les élèves ayant des compétences numériques sur les nombres exacts plutôt limitées. En effet, la méconnaissance des nombres écrits en chiffres pourra empêcher les élèves de se représenter cette quantité de manière suffisamment juste pour la placer sur la ligne numérique. De plus, si les élèves s'attachent à une représentation exacte des quantités alors la méconnaissance de la suite numérique jusqu'à 10 ou jusqu'à 100 entraînera un échec de l'élève dans ces exercices. Et

l'attachement à une seule procédure même inefficace peut être courante chez certains élèves d'ULIS-TFC, en effet leur profil indique une faible flexibilité mentale rendant très coûteux le choix de changer de procédures impliquant un changement de raisonnement. Au cours de l'exercice, le chercheur peut prendre la décision de l'arrêter s'il voit que les difficultés des élèves sont trop persistantes.

Chapitre 6 Traitement et analyse des données

Pour cette partie, le traitement des données et leurs analyses s'organisent en quatre sous-partie. Dans la première sous-partie, ce sont les deux premières tâches du protocole qui sont considérées : la tâche d'énumération et la tâche de dénombrement. Dans ce cas, une présentation des résultats puis une analyse de ceux-ci sont réalisées pour chacune des deux tâches. Ensuite une mise en tension de ces tâches est réalisée avec une nouvelle présentation des résultats et une analyse de ceux-ci. La deuxième sous-partie présente la même forme que la première mais dans ce cas, ce sont les troisième et quatrième tâches qui sont ainsi observées, la tâche d'approximation et de calculs exacts. Dans la troisième sous-partie, ce sont les résultats de la cinquième tâche, la tâche de représentation spatiale des nombres, qui sont présentés puis analysés. Enfin, les tâches scolaires et les tâches non scolaires seront mises en tension, leurs résultats présentés et analysés.

Pour le traitement et l'analyse des données, une place importante est donnée à l'étude de cas. En effet l'observation des élèves un par un permet d'illustrer certains comportements atypiques ou au contraire de mettre en lumière plusieurs profils types correspondant aux résultats obtenus par différents élèves.

6.1 Énumération et dénombrement

6.1.1 Énumération

La tâche d'énumération est une tâche non scolaire. La grande majorité des élèves ont compris cette tâche rapidement, sans rappel à la consigne ni explications supplémentaires. Cependant, nous pouvons préciser que dans quelques cas, une redite de la consigne a été

nécessaire, et ce à plusieurs reprises au cours de l'exercice. Par exemple, il pouvait être rappelé aux participants de mettre les cubes ramassés dans la boîte prévue, de bien repositionner le bouchon à sa place après avoir ramassé le cube. Quelques élèves ont tenté de prendre deux bouchons en même temps, un dans chaque main, dans ce cas la situation est stoppée, les élèves reposent les bouchons, la règle est rappelée et ensuite les élèves poursuivent l'énumération de la collection. Parmi les 56 élèves observés, un seul élève a montré de réels signes d'incompréhension de la tâche, malgré plusieurs reformulations et plusieurs corrections apportées au cours de la tâche. Par exemple cet enfant pouvait prendre deux bouchons en même temps, dans ces cas l'expérimentateur faisait remettre les bouchons à leur place et redemandait à l'élève de n'en prendre qu'un seul. Il pouvait également ne pas remettre les bouchons au bon endroit, par exemple il pouvait replacer le bouchon sur la table en dehors de la feuille, dans ce cas l'expérimentateur remettait le bouchon à la bonne place avant que l'enfant ne passe au bouchon suivant. Quand cet enfant oubliait de mettre le cube ramassé dans la boîte, l'expérimentateur le lui demandait ou alors il lui tendait la main afin que l'enfant lui donne le cube ramassé. Nous ne pouvons pas statuer si c'est l'ensemble de ces sous-tâches à réaliser qui étaient trop complexe pour cet élève, ou si c'est une incompréhension totale de ce qui lui a été demandé.

Le traitement des données montre que les résultats et les profils des élèves dans la résolution de cette tâche sont assez similaires pour les deux groupes : les élèves bénéficiant de l'ULIS-TFC et les élèves de CE2. En effet, la tâche d'énumération est assez peu réussie par l'ensemble des élèves, puisque la majorité des élèves échouent la tâche : 25 élèves d'ULIS-TFC sur 32 et 15 élèves de CE2 sur 24.

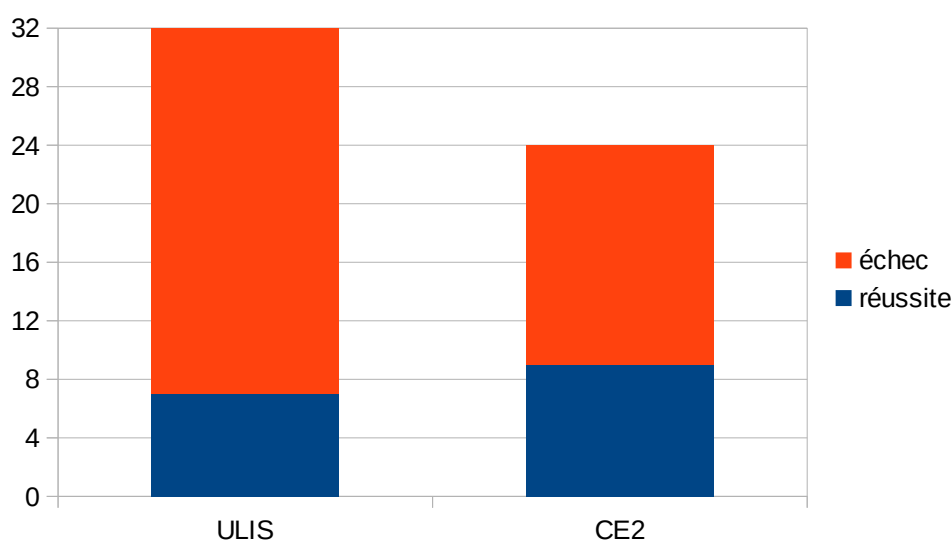


Figure 33: Diagramme représentant les réussites et les échecs à l'épreuve d'énumération pour les deux groupes.

D'après les résultats, ces échecs sont dans la plupart des cas dus à une erreur de cheminement de la collection, se traduisant par un deuxième passage sur un même bouchon. En effet sur les 25 élèves en échec en ULIS-TFC 24 élèves soulèvent deux fois un même bouchon et sur les 15 élèves en échec en CE2 c'est le cas de 12 élèves. De plus, cette erreur survient en moyenne au même moment pour les deux groupes, à un peu plus de la moitié de la collection. En moyenne, les élèves échouent après 9 cubes ramassés pour les élèves d'ULIS-TFC et après 10 cubes ramassés pour les élèves de CE2.

Tableau 8 : Traitement des réussites et des échecs pour la tâche d'énumération.

	Réussite	Échec			Moyenne du nombre de cubes ramassés avant échec
	Total	Total	Oubli de cubes	Bouchon soulevé deux fois	
ULIS-TFC	7	25	1	24	9,02
CE2	9	15	3	12	10,67

Concernant les stratégies de parcours utilisées par les élèves pour énumérer la collection, nous pouvons également sur ce plan percevoir des similitudes entre les deux groupes. La plupart des élèves organisent mentalement un chemin pour parcourir la collection, puisque un seul utilise un chemin par paquets, 45 élèves utilisent un chemin de linéarisation et 10 ne réalisent pas de parcours visible organisé.

Le seul élève qui utilise la stratégie des paquets, réalise des paquets spatialement identifiables et chacun des éléments contenus dans les paquets sont énumérés en réalisant d'abord le contour du paquet puis chacun des éléments situés à l'intérieur, par la technique du proche en proche. Pour préciser, cette stratégie ne lui a pas permis de réussir la tâche, les frontières des paquets pouvaient parfois se chevaucher amenant l'élève à repasser deux fois au même endroit.

Concernant les élèves utilisant une stratégie de linéarisation, nous pouvons noter que la plus utilisée est la stratégie des chemins parallèles avec une forte proportion pour les chemins verticaux, 18 élèves sur 56 utilisent cette stratégie contre 4 élèves pour les chemins horizontaux. Parmi les 18 élèves utilisant la stratégie des chemins verticaux, 9 sont en ULIS-TFC et 9 sont en CE2. Notons une particularité pour un des élèves de CE2, cet élève a commencé à parcourir la collection à l'extrémité droite de la feuille, puis quand il est arrivé au milieu de la feuille il est allé à l'extrémité gauche pour revenir ensuite au centre. L'observation

ne permet pas de déterminer si les élèves anticipent la totalité du chemin à parcourir avant d'agir, ou si ce chemin se construit au fur et à mesure du parcours. En ce sens, précisons que le chemin de proche en proche est plus utilisé par les élèves d'ULIS-TFC que par les élèves de CE2, mais cette stratégie est rarement source de réussite. Ce chemin semble être la stratégie la moins structurée comparée au chemin bords à bords ou aux chemins parallèles. L'observation des participants utilisant cette stratégie tend à montrer qu'ils ont une tendance à se mettre très vite dans l'action, ils ne semblent pas prendre le temps d'observer la collection avant d'agir. Ceci peut donc créer des erreurs puisque le contrôle de la tâche est moins opérationnel. Les élèves soulèvent les bouchons les uns après les autres, anticipent peu ou pas sur le bouchon suivant. Les élèves développent assez peu l'anticipation et la planification de leurs gestes. Ceci peut-être une explication au fait que les élèves d'ULIS-TFC utilisent plus cette stratégie comparés aux élèves de CE2, en effet les difficultés d'attention et de planification sont des conséquences possibles liées à la situation de handicap.

Parmi les 10 élèves où aucun parcours n'est visible, 7 bénéficient du dispositif ULIS-TFC contre 3 qui sont au CE2. Ces élèves utilisent au départ, la stratégie de proche en proche, mais après avoir soulevé quelques bouchons proches, ils passent à une autre extrémité de la feuille et réutilisent ce chemin de proche en proche jusqu'à reproduire un nouveau « saut » spatialement incompréhensible vue de l'extérieur. Ainsi les élèves passent rapidement plusieurs fois au même endroit.

Enfin, nous pouvons noter qu'après observation des différents élèves, aucun n'a semblé s'appuyer sur la couleur différente des bouchons comme aide visuelle à la réalisation du parcours. Aucun élève n'a semblé dénombrer la collection de cubes présents pour s'assurer que tous les cubes aient bien été ramassés. L'observation montre que toute l'attention des élèves était dirigée sur la succession des tâches motrices à réaliser, sur le parcours déjà fait et restant à faire.

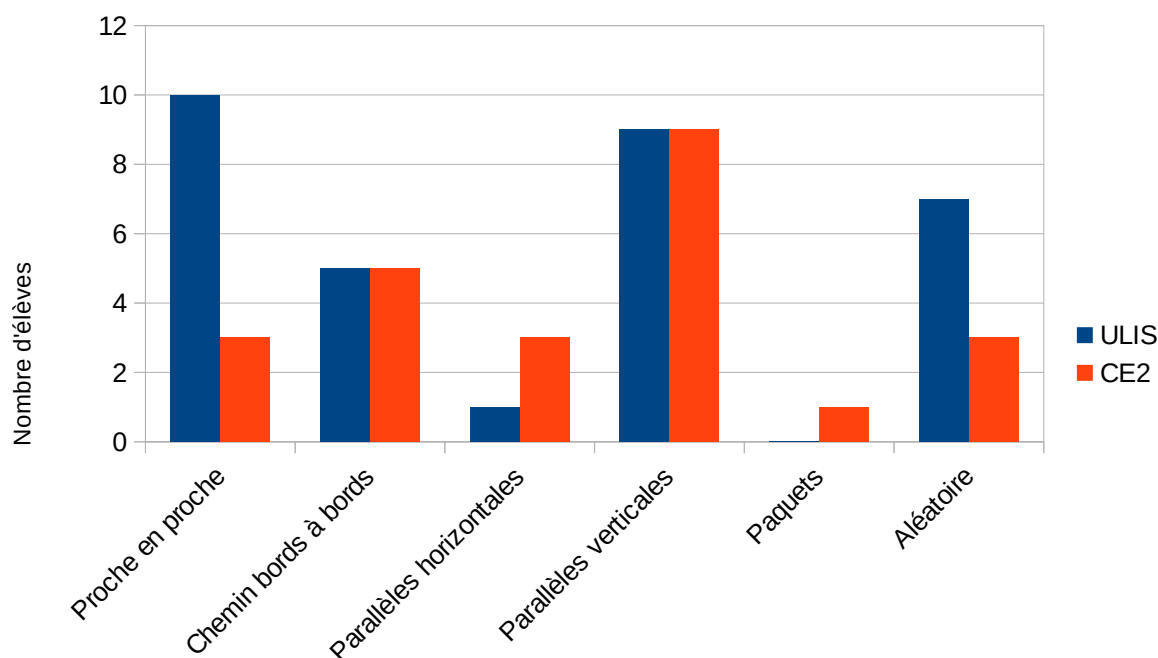


Figure 34: Diagramme présentant les différents chemins utilisés par les élèves.

Nous avons pu voir que le profil des élèves est assez semblable dans les deux groupes, cependant à travers l'analyse des chemins mis en place par les élèves, nous avons pu constater que certaines différences entre les deux groupes sont à souligner. En effet, les élèves d'ULIS-TFC utilisent davantage des chemins « peu structurés » tel que le cheminement de proche en proche, voire aucun chemin structuré comparés aux élèves de CE2. De plus si nous observons plus finement les résultats obtenus, nous pouvons noter que cette tâche est légèrement mieux réussie par les élèves de CE2 avec 9 élèves sur 24 contre 7 élèves sur 32 en ULIS-TFC. Cette différence est également visible sur la maîtrise de la tâche, malgré l'échec, puisque les élèves de CE2 en échec ramassent au moins 6 cubes avant d'échouer contre 2 pour les élèves d'ULIS-TFC.

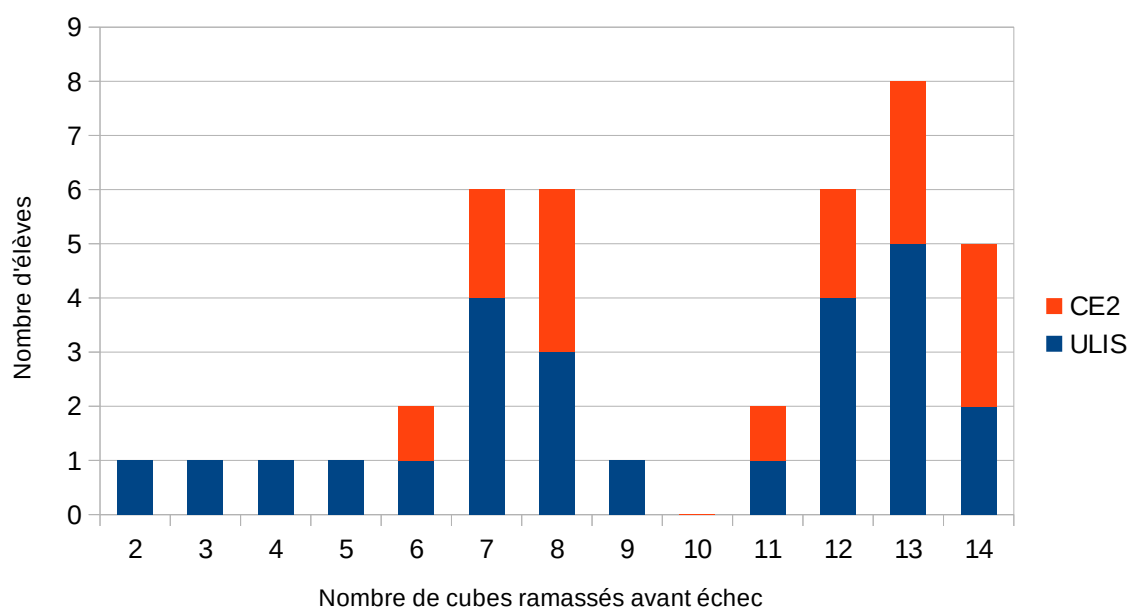


Figure 35: Diagramme représentant le nombre de cubes ramassés avant échec pour les deux groupes.

Cette différence entre les élèves d'ULIS-TFC et les élèves de CE2 pourrait s'expliquer par le fait que les élèves d'ULIS-TFC sont en plus grandes difficultés pour gérer les multiples sous-tâches à réaliser. En s'appuyant sur la description proposée en analyse a priori nous pouvons préciser qu'au cours de la passation trois élèves d'ULIS-TFC ont rencontré des difficultés pour gérer l'exigence motrice de la situation, ces difficultés étaient suffisamment importantes pour envisager que celles-ci soient la cause de l'échec. Ces élèves étaient tellement concentrés sur la précision des gestes et leur mise en place successive qu'ils ne pouvaient plus mémoriser le chemin exact. Ils ont assez vite échoué la tâche puisqu'ils n'ont pu ramasser que 4, 6 et 8 cubes.

Concernant la fin de tâche, les élèves devaient signaler au chercheur quand ils pensaient avoir terminé. Pour rappel, dans ce traitement de données et d'analyse nous distinguons la tâche même d'énumération et la verbalisation de la fin. Autrement dit nous avons observé uniquement les cas de réussite de l'énumération, puisqu'en cas d'échec l'élève ne pouvait pas contrôler la fin de tâche puisque celle-ci n'a pas eu lieu. Nous sommes confrontés, ici à un résultat inattendu. En effet, nous pensions que les élèves d'ULIS-TFC seraient plus enclin à s'assurer de la fin de tâche avant d'affirmer au chercheur que celle-ci est finie, soit parce qu'ils peuvent être en difficulté pour gérer la planification de l'ensemble des tâches et donc être en difficulté pour anticiper la fin de la tâche soit parce qu'ils ont davantage peur de se tromper et

donc préfère s'assurer de la réussite avant de valider. Or, les résultats montrent que les élèves d'ULIS-TFC ont mieux réussi à verbaliser la fin de l'épreuve comparés aux élèves de CE2. En effet sur les 7 élèves en réussite d'ULIS-TFC, seulement 1 vérifie alors que sur les 9 élèves en réussite de CE2, 5 vérifient avant de valider verbalement auprès du chercheur.

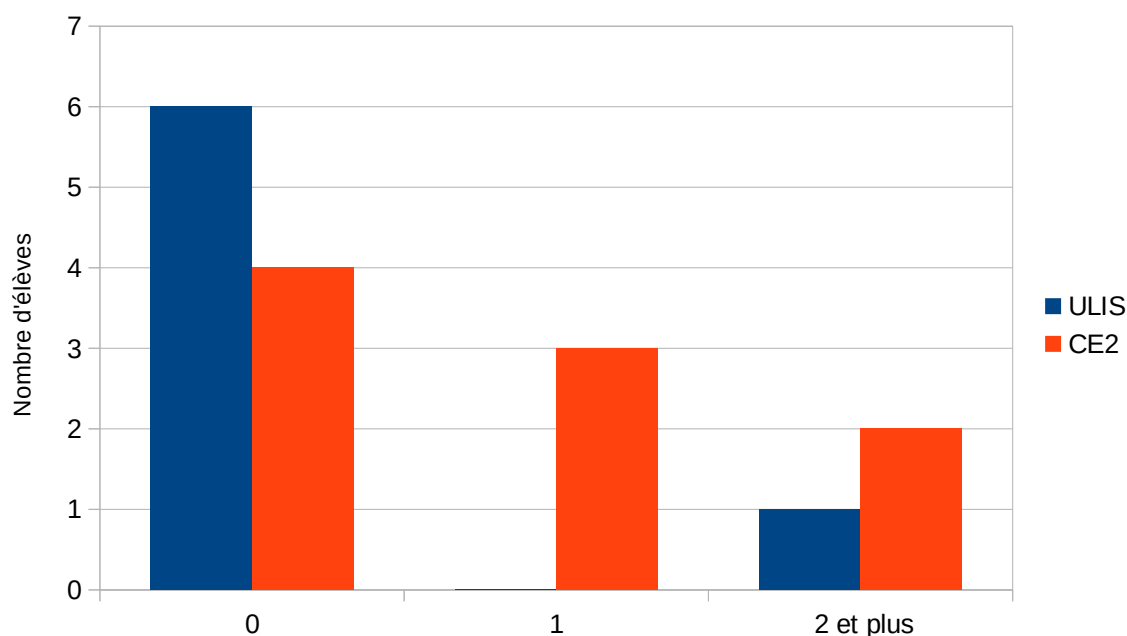


Figure 36: Diagramme représentant le nombre de bouchons soulevés avant de conclure la tâche, en situation de réussite.

Ce résultat tendrait à montrer que les élèves, en réussite au sein du dispositif, font preuve d'un contrôle mental tout aussi efficace que des élèves ordinaires voire, dans cette condition, plus efficace. Dans cette situation, nous ne pensons pas que la différence entre les deux groupes soit due à l'impatience ou au désintérêt par rapport à la situation vécue que peuvent ressentir les élèves d'ULIS-TFC. Ainsi nous ne pensons pas qu'ils ne prennent pas le temps de contrôler leur travail, mais nous pensons qu'ils verbalisent de manière volontaire et à propos la fin de tâche. En effet, la situation d'énumération, étant la première tâche proposée aux élèves, nous pouvons penser que les élèves sont motivés et attentifs, ainsi ils ne cherchent pas à se « débarrasser » au plus vite de la tâche. Au contraire, nous pensons qu'ils sont dans la « volonté de bien faire ». Ce résultat pourrait s'expliquer par le fait que les élèves en situation de handicap sont davantage confrontés dans la vie quotidienne à des situations peu « maîtrisables », dans le sens où les adaptations et les compensations de leur handicap ne sont pas toujours effectives, ainsi ils doivent eux-mêmes développer plus de stratégies

compensatoires pour réussir comparés aux élèves dits « ordinaires ». Ils doivent s'adapter en permanence aux situations quotidiennes avec des outils de pensées moins performants ainsi les situations nouvelles proposées dans un cadre rassurant et connu peuvent paraître moins déstabilisantes pour eux. La situation d'énumération en tant que situation non scolaire pourrait s'apparenter à une situation nouvelle mais celle-ci est proposée dans un cadre rassurant, celui du cadre scolaire avec un chercheur reconnu comme enseignant. Ainsi les élèves d'ULIS-TFC, en réussite, se sentiraient peut-être plus confiants par rapport aux élèves dits « ordinaires », et auraient donc moins besoin de s'assurer du résultat avant de le valider.

6.1.2 Dénombrement

La tâche de dénombrement est considérée comme une tâche scolaire dans le sens où les élèves sont fréquemment confrontés à ce type d'exercice au cours de leur scolarité. Pour rappel, cette tâche consiste à dénombrer 10 ensembles de points compris entre 2 et 15, pour cela nous considérons que la tâche est réussie quand il n'y a aucune erreur de dénombrement. Avec cette exigence, nous constatons qu'un nombre assez élevé d'élèves est en échec, et ce même chez les élèves de CE2. En effet, nous pouvons constater qu'environ deux tiers des élèves bénéficiant du dispositif ULIS-TFC sont en échec (22 élèves sur 32) et qu'un peu moins de la moitié des élèves de CE2 sont en échec (10 élèves sur 24).

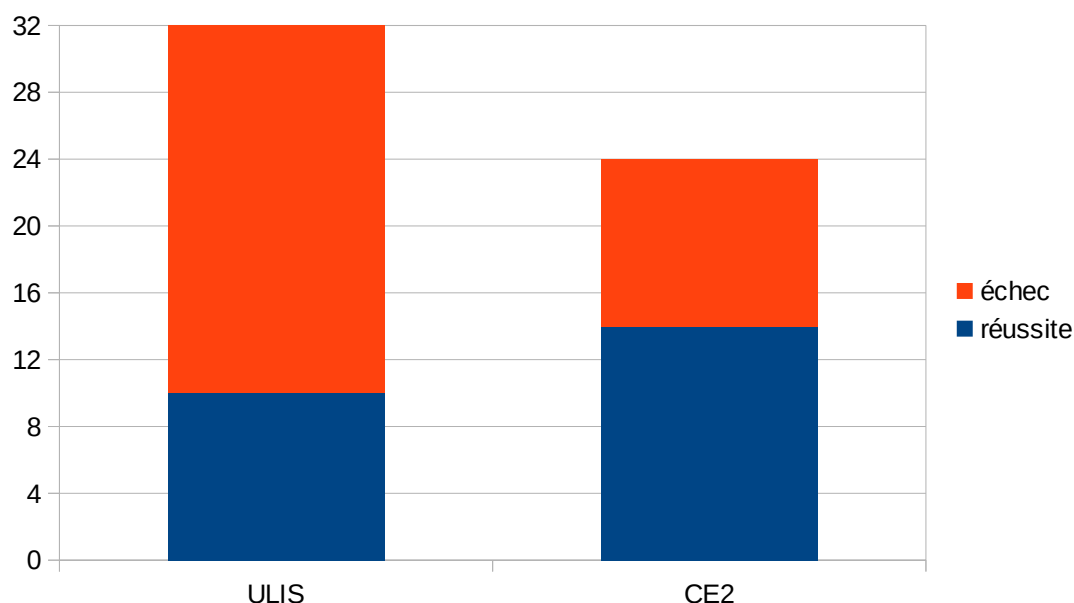


Figure 37: Diagramme présentant le nombre d'élèves en réussite et en échec dans la tâche de dénombrement.

Ce nombre d'élèves en échec dans une tâche aussi commune au sein de la scolarité est assez déconcertant. C'est pourquoi nous avons décidé de traiter également les résultats de ces élèves en fonction du nombre d'erreurs toléré. Lorsque l'on tolère 1 ou 2 erreurs, le nombre d'élèves en échec se réduit considérablement, notamment pour les CE2. En moyenne les élèves de CE2 commettent 1,4 erreurs, nous pouvons préciser que le nombre maximum d'erreurs réalisé est de 3 et qu'un seul élève a fait ce nombre d'erreurs. Pour les élèves de dispositif ULIS-TFC, ce constat est moins net dans le sens où nous constatons bien une diminution du nombre d'élèves en échec mais celui-ci reste tout de même plus élevé que pour les CE2. En moyenne les élèves d'ULIS-TFC commettent 2,2 erreurs, nous pouvons préciser que le nombre maximum d'erreurs réalisé est de 6 et que deux élèves ont fait ce nombre d'erreurs.

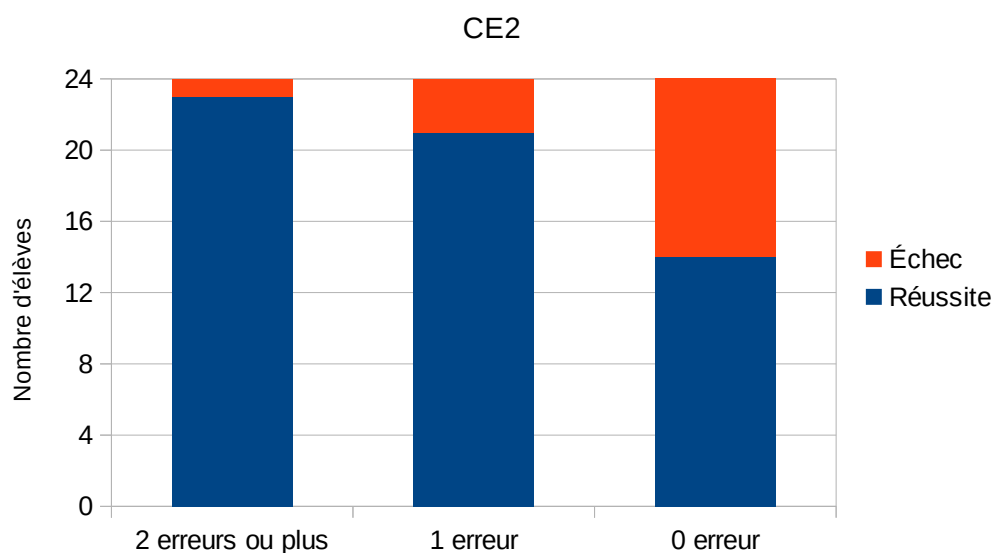


Figure 38: Diagramme présentant le nombre d'élèves de CE2 en réussite ou en échec selon le nombre d'erreurs tolérées.

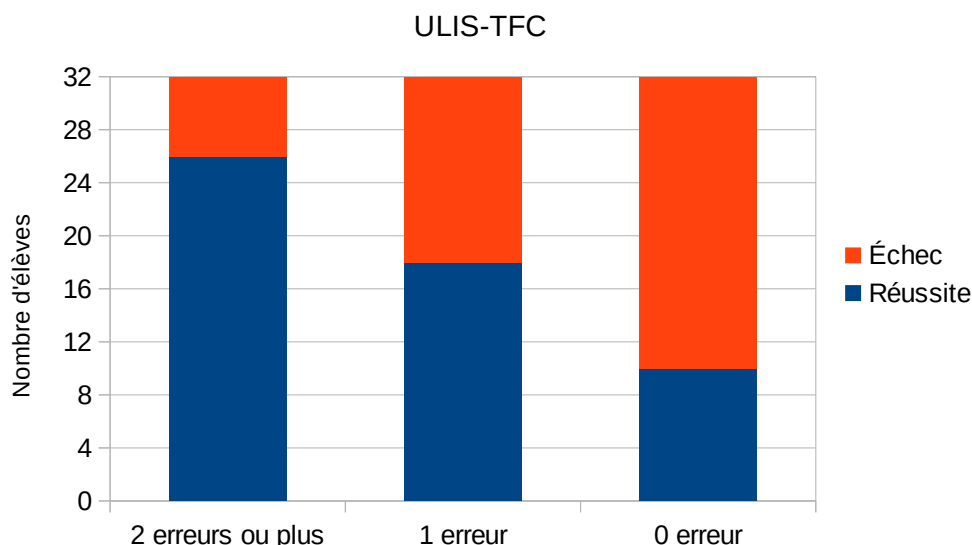


Figure 39: Diagramme présentant le nombre d'élèves d'ULIS-TFC en réussite ou en échec selon le nombre d'erreurs tolérées.

Pour expliquer ces résultats, nous pouvons noter que tous les élèves de CE2 maîtrisent la suite numérique verbale au-delà de 100. Ainsi aucun échec n'est dû à une erreur de comptage au sens de récitation orale des nombres. Lorsqu'aucune erreur n'est tolérée, pour les 10 élèves de CE2 en échec, les erreurs proviennent uniquement d'une énumération défailante de la collection. Concernant les élèves d'ULIS-TFC, 4 élèves sur 32 ne maîtrisent pas la suite numérique verbale jusqu'à 15, ainsi pour ces élèves les erreurs proviennent de cette méconnaissance. Mais le constat est le même que pour les élèves de CE2, les erreurs pour les élèves d'ULIS-TFC s'expliquent majoritairement par une énumération inopérante de la collection, puisque c'est la seule raison de l'échec des 18 élèves restant en échec sur 22. Nous développerons davantage ce lien entre l'énumération et le dénombrement dans la sous-partie suivante.

Au cours de la passation de cette tâche, nous avons pu constater que la quantité 2 est dénombrée par 9 élèves bénéficiant de l'ULIS-TFC. Ainsi 23 élèves reconnaîtraient la quantité 2 de manière subite. Au cours de cette tâche, nous avons noté que les quantités étaient reconnues par subitizing lorsque la réponse était donnée sans avoir pu détecter le moindre signe de comptage même mental, et qu'elle ait été donnée d'une manière immédiate laissant supposer que l'élève n'a pas eu le temps de dénombrer les éléments de la collection. Cette quantité n'est donc pas reconnue de manière globale et directe par tous les élèves. Nous

pouvons nous demander si cela est dû à la situation particulière associée à une envie de « bien faire », et dans ce cas certains élèves peu assurés dénombreraient afin d’être sûrs d’avoir juste. Soit les élèves n’ont pas acquis la reconnaissance directe de cette petite quantité et ils seraient donc obligés de la dénombrer. Tous les élèves de CE2 semblent accéder à cette quantité par le subitizing. Nous pouvons préciser que les quantités 4 et 5 sont très peu reconnues de cette manière, par les élèves, quel que soit leur groupe. Ces résultats correspondent à la littérature scientifique, dans le sens où le subitizing chute au-delà de la quantité 3.

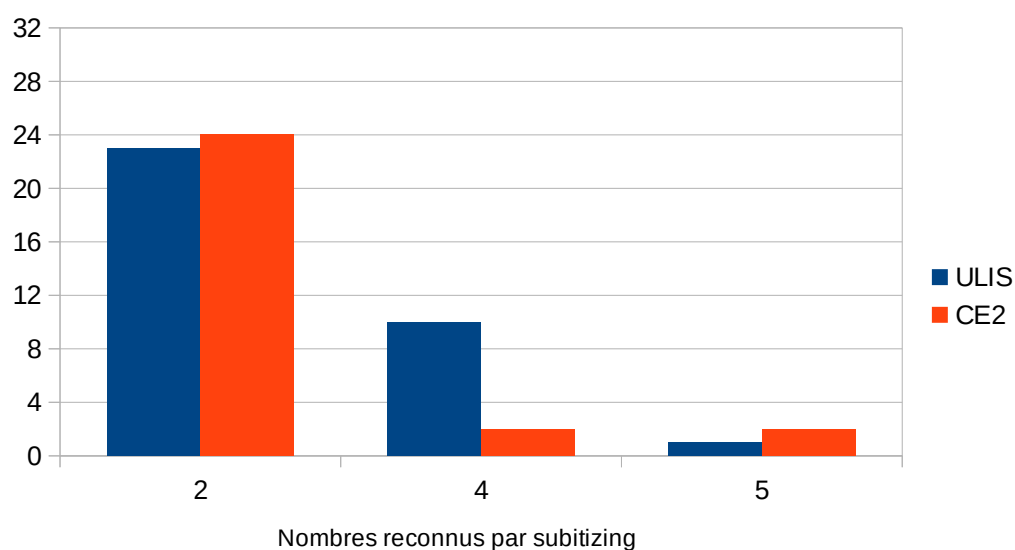


Figure 40: Nombre d'élèves reconnaissant les petites quantités par subitizing.

6.1.3 Énumération et dénombrement

Les travaux de Briand (1999) et de Margolinas et ses collaborateurs (2015) rappellent que la tâche d'énumération et la tâche de dénombrement sont intimement liées puisque pour dénombrer une collection il est nécessaire de l'énumérer en associant un mot nombre à chacun des éléments. Nous avons pu voir à travers les résultats précédemment traités que ces deux tâches sont relativement échouées par les élèves d'ULIS-TFC et les élèves de CE2, même si les élèves de CE2 sont légèrement plus en réussite que les élèves d'ULIS-TFC.

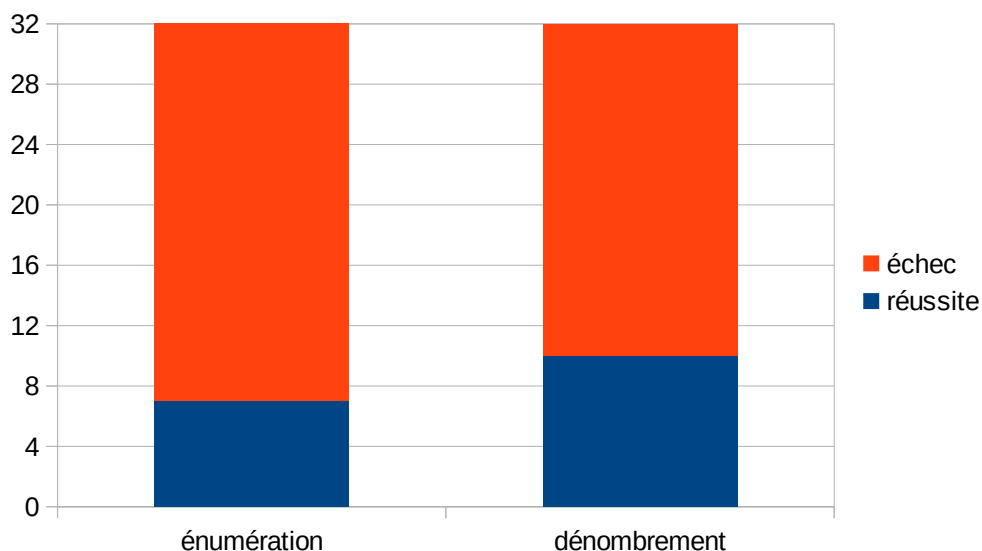


Figure 41: Réussite et échec des élèves d'ULIS-TFC pour les tâches d'énumération et dénombrement.

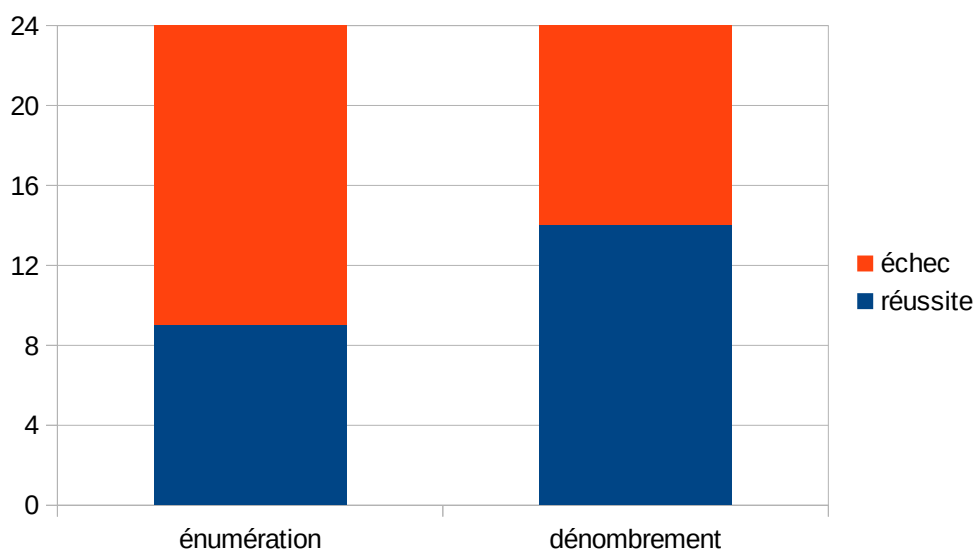


Figure 42: Réussite et échec des élèves de CE2 aux tâches d'énumération et dénombrement.

Ce lien très étroit se ressent essentiellement dans l'analyse des erreurs de dénombrement, comme nous avons pu le voir dans l'analyse, seulement 4 élèves d'ULIS-TFC ont commis des erreurs dues à une méconnaissance de la suite numérique verbale jusqu'à 15. Autrement dit, pour tous les autres élèves en échec la seule raison est une énumération non opérante de la collection. Dans la situation de dénombrement proposée, les éléments ne sont pas déplaçables, ce sont aux élèves de construire mentalement le chemin, comme pour la situation d'énumération. Nous pouvons remarquer que les élèves, lorsqu'ils dénombrent, soit ils omettent de compter 1 ou plusieurs points, soit ils comptent plusieurs fois le même point.

Par observation, nous pouvons noter qu'il y a plus d'élèves qui omettent de compter 1 ou plusieurs points dans la situation de dénombrement comparés à la situation d'énumération, mais qu'en proportion, les élèves ont tout de même plus tendance à compter plusieurs fois à un même point. Ces erreurs d'énumération sont assez facilement repérables pour le chercheur dans le sens où la majorité des élèves pointent avec leurs doigts les éléments, notamment quand les quantités deviennent plus importantes.

Rappelons qu'en moyenne les élèves échouent la tâche d'énumération après 9 bouchons soulevés pour les élèves d'ULIS-TFC et après 10 bouchons pour les élèves de CE2. Cette limite se retrouve également dans la situation de dénombrement. Les quantités supérieures à 10 sont les plus échouées pour les deux groupes de participants puisque huit élèves d'ULIS-TFC sur 22 sont en échec pour la quantité 11 et douze le sont pour la quantité 15. Concernant les élèves de CE2 quatre élèves sur 10 sont échec pour la quantité 11 et cinq le sont pour la quantité 15. Cependant, les élèves d'ULIS-TFC présentent des échecs assez importants dès la quantité 7 puisque six élèves sur 22 sont en échec pour les quantités 7 et 8. Notons que la quantité 9 est échouée pour dix élèves d'ULIS-TFC contre cinq échecs pour la quantité 10. Cette chute d'erreurs pour la quantité 10 pourtant proche de la quantité 9 peut s'expliquer par le fait que la quantité 10 est présentée au début de la passation alors que la quantité 9 est la dernière présentée dans cette tâche. Ainsi les élèves d'ULIS-TFC peuvent perdre davantage leur concentration en fin de tâche et n'ont plus la même attention pour réaliser la tâche dans les mêmes conditions qu'au début.

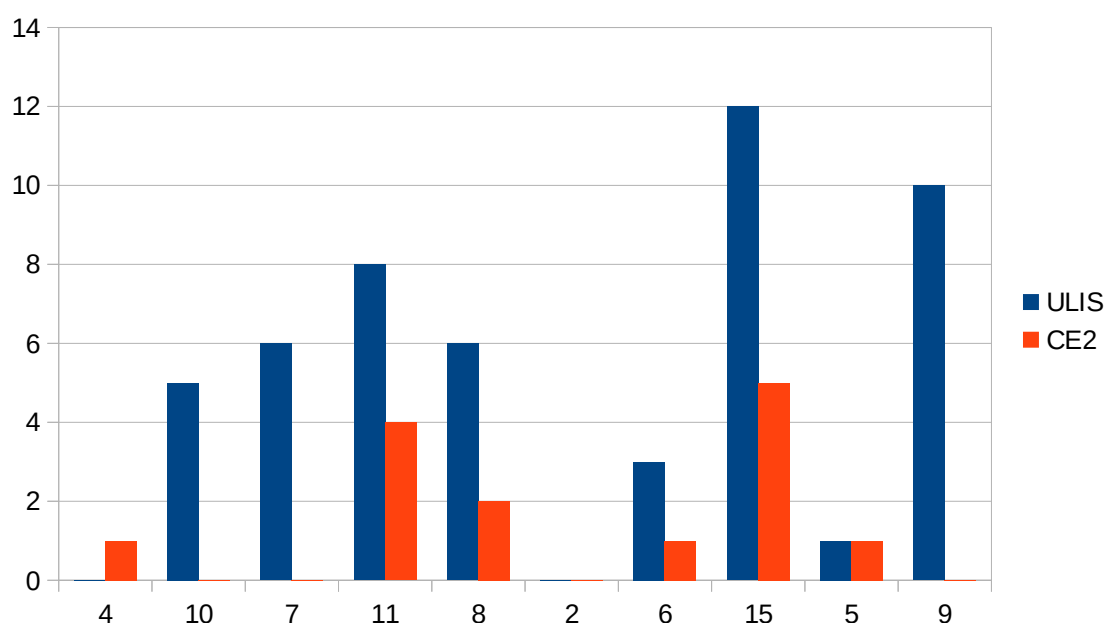


Figure 43: Nombre d'élèves d'ULIS-TFC et de CE2 ayant mal dénombrés les nombres présentés, organisés ici par ordre de présentation.

Si nous regardons plus en détail le rapport entre l'énumération et le dénombrement nous pouvons constater qu'une réussite à l'énumération ne garantit pas une réussite au dénombrement quel que soit le groupe observé. Les élèves ayant peu été confrontés à l'énumération n'ont certainement pas fait le lien entre ces deux tâches proposées. Ainsi ils n'ont pas réinvesti leurs compétences en énumération pour le dénombrement. Cela peut être renforcé par l'idée que les élèves lorsqu'ils sont confrontés au dénombrement reconnaissent cette situation comme « aisée » pour eux, au sens où ils l'ont couramment rencontrée, et donc se concentrent moins bien que pour la tâche d'énumération qui est davantage inédite. De plus échouer la situation d'énumération ne signifie pas nécessairement un échec au dénombrement, notamment pour les élèves de CE2. Ce rapport particulier que nous venons de souligner pourrait s'expliquer par le fait que le dénombrement est une tâche régulière au sein de la scolarité des élèves, et ce même pour les élèves de CE2 qui bénéficient encore de temps conséquent pour la manipulation. Cette tâche est également courante au cours de la vie quotidienne ainsi les élèves ont pu construire des habitudes, des stratégies de réussite dans le dénombrement qu'ils n'ont pas réussi à transférer dans la tâche d'énumération.

Tableau 9 : Nombre de réussites et d'échecs pour la tâche d'énumération croisée à la tâche de dénombrement.

	ULIS-TFC		CE2	
	Réussite énumération	Échec énumération	Réussite énumération	Échec énumération
Réussite dénombrement	2	8	4	10
Échec dénombrement	5	17	5	5
Total	7	25	9	15

Le lien entre l'énumération et le dénombrement est fortement présent mais celui-ci peut être modulé en fonction des habitudes scolaires, en fonction des capacités d'attention et de concentration des élèves, en fonction de leur capacité à créer des liens entre des situations d'apparences différentes mais relevant d'un même type de compétences.

6.2 Approximation des quantités et exactitude du nombre

6.2.1 Approximation et comparaison dans une situation additive

La tâche d'approximation est une tâche non scolaire, au sens où elle s'appuie sur des compétences assez peu enseignée de manière explicite au sein des classes. En effet, des exercices peuvent être proposés aux élèves où ils utilisent cette compétence d'approximation des quantités, mais elle n'est pas enseignée en elle-même. Pour rappel, cette tâche consiste à fusionner deux quantités pour comparer l'ensemble à une troisième quantité et de pointer la plus grande quantité. Cette tâche a posé quelques difficultés de compréhension à certains élèves, en effet nous n'avons pas pu traiter les données de 10 élèves bénéficiant du dispositif ULIS-TFC et de 2 élèves de CE2. Ces élèves ne semblent pas comprendre ce qu'il leur est demandé, leur réponse était uniquement « la troisième carte ». Cependant au cours du pré-test, aucun de ces élèves n'a été en difficulté pour réaliser l'exercice de comparaison de deux quantités, après estimation de celles-ci, puisqu'ils ne pouvaient pas compter le nombre d'éléments dans les collections présentées. Ainsi la compréhension de comparer et d'estimer est bien acquise pour ces élèves du moins en situation simple (avec uniquement deux collections à comparer). Au cours de la passation le chercheur a proposé à ces 12 élèves la passation avec les cubes mais cela n'a pas modifié leurs réponses, à chaque fois les enfants répondaient « la troisième carte ». Ainsi, la présentation des quantités avec les cubes plutôt que les points ne semblent être d'aucune aide pour ces élèves. Pour les 2 élèves de CE2, l'une échoue à la phase test, elle répond toujours la troisième carte, l'autre élève réussit la phase test. Concernant les élèves d'ULIS-TFC, 5 réussissent la phase test et 5 l'échouent. Nous pouvons tenter d'expliquer le comportement des élèves réussissant la phase mais échouant à la passation même de l'exercice, par l'hypothèse apportée en analyse a priori, à savoir qu'ils ont des difficultés soit pour fusionner soit pour garder en mémoire le résultat de la fusion. Ainsi ces élèves répondent correctement aux deux situations proposées qui revenaient à comparer $6+4$ à 20 et $12+8$ à 10. Pour la deuxième situation, les élèves répondent dans « la boîte » parce qu'ils ont vu une quantité plus importante en premier dans la boîte comparée à la troisième carte, ce qui n'est pas le cas pour les autres situations. Pour les élèves échouant à la phase test, nous tenterons de faire des hypothèses au cours de la discussion pour expliquer cette incompréhension.

Les données traitées concernent donc 22 élèves d'ULIS-TFC et 22 élèves de CE2. Pour des raisons de lisibilité, les premiers résultats que nous traiterons ont été ramenés à un pourcentage pour être plus facilement comparable. Ici, le pourcentage n'a pas de sens d'un point de vue mathématique, mais il permet de mettre sur une base commune les données. En effet, pour l'écart à 5 il y a trois situations à comparer ce qui fait un total de 66 réponses possibles alors que pour les écarts à 10 et 15 il n'y a que deux situations à comparer, faisant un total de 44 réponses. Les diagrammes correspondant aux données réelles sont mis en annexe 6.

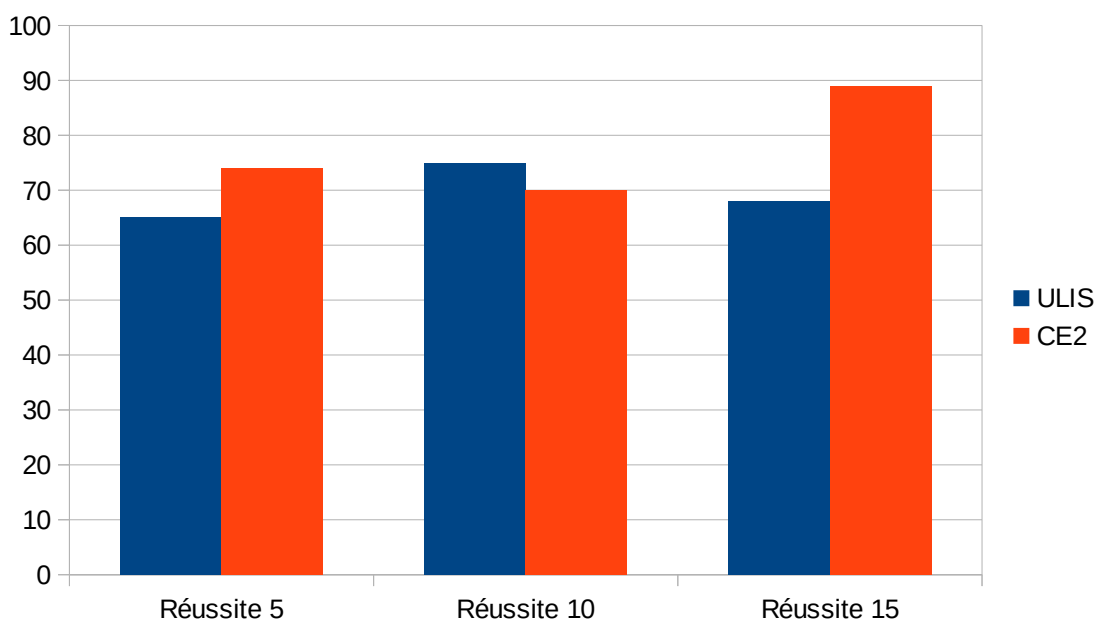


Figure 44: Diagramme présentant les taux de réussite à l'épreuve de comparaison selon les écarts: 5, 10 et 15 pour les élèves d'ULIS-TFC et de CE2.

Les réponses données par les élèves peuvent parfois sembler hasardeuses pour le chercheur, et ce d'autant plus qu'il ne peut s'appuyer sur rien de visible pour voir comment les élèves traitent cette situation. Cette sensation est surtout ressentie quand l'écart est faible comme c'est le cas pour un écart de 5 points, mais leurs réussites démontrent que les élèves font mieux que le hasard, ainsi leurs réponses peuvent être traitées comme de « vraies réponses ». Les résultats montrent que les élèves réussissent de manière similaire la tâche de comparaison, en effet il y a peu de différences entre les deux groupes, hormis pour l'écart à 15 où nous percevons une plus grande réussite chez les élèves de CE2 comparé aux élèves d'ULIS-TFC. Ces données mettent également en avant un résultat inattendu. En effet, nous pensions que l'écart entre les quantités à comparer jouerait un rôle dans la réussite des élèves, plus précisément, nous pensions observer une différence de réussite entre l'écart de 5 et les

écarts de 10 et 15. Or les résultats semblent indiquer que les écarts influent peu sur la réussite des élèves, ceci est d'autant plus perceptible chez les élèves d'ULIS-TFC. En effet leurs taux de réussite, quel que soit l'écart, sont plutôt stables puisqu'ils sont compris entre 65 % et 75 %. Chez les élèves de CE2, nous pouvons noter que l'écart influe peu également, notamment pour les écarts de 5 et de 10, avec des taux de réussite, respectivement de 74 % et 70 %, mais un effet sensible de l'écart est observé pour l'écart à 15, avec un taux de réussite plus marqué puisque celui-ci passe à 89 %. Cependant nous verrons qu'en observant dans le détail cette différence, nous ne pouvons pas conclure que les élèves de CE2 seraient plus sensibles à l'écart des quantités à comparer que les élèves d'ULIS-TFC.

La différence de réussite pour l'écart à 15 est dû à une seule situation, qu'elle soit traitée du point de vue de la comparaison entre élèves d'ULIS-TFC et élèves de CE2 ou qu'elle soit traitée du point de vue de l'effet de l'écart entre deux quantités à comparer pour un même groupe, ici les CE2. Cette situation est celle où les élèves doivent comparer 20+25 (45) à 30. Du point de vue de la comparaison entre élèves d'ULIS-TFC et élèves de CE2, le fait que les quantités à fusionner soient assez proches de la troisième quantité pourrait expliquer la différence de résultat. En effet, cette proximité des quantités à fusionner avec la troisième quantité pourrait déstabiliser les élèves rendant leur choix moins « évident » puisqu'entre la dernière quantité perçue : 25 et la quantité à comparer : 30, il n'y a que 5 points d'écarts au profit de la troisième carte. Du point de vue de l'effet de l'écart entre deux quantités à comparer chez un même groupe, ce taux de réussite n'est pas retrouvé dans l'autre situation proposée ayant le même écart. De plus, les élèves de CE2 ont un taux de réussite équivalent (89 %) avec la situation 3+7 (10) comparé à 15, alors que cette situation correspond à un écart de 5. Ainsi le traitement et l'analyse des données plus en détails ne permettent pas de conclure en faveur d'un effet dû à l'écart des quantités à comparer sur cette passation.

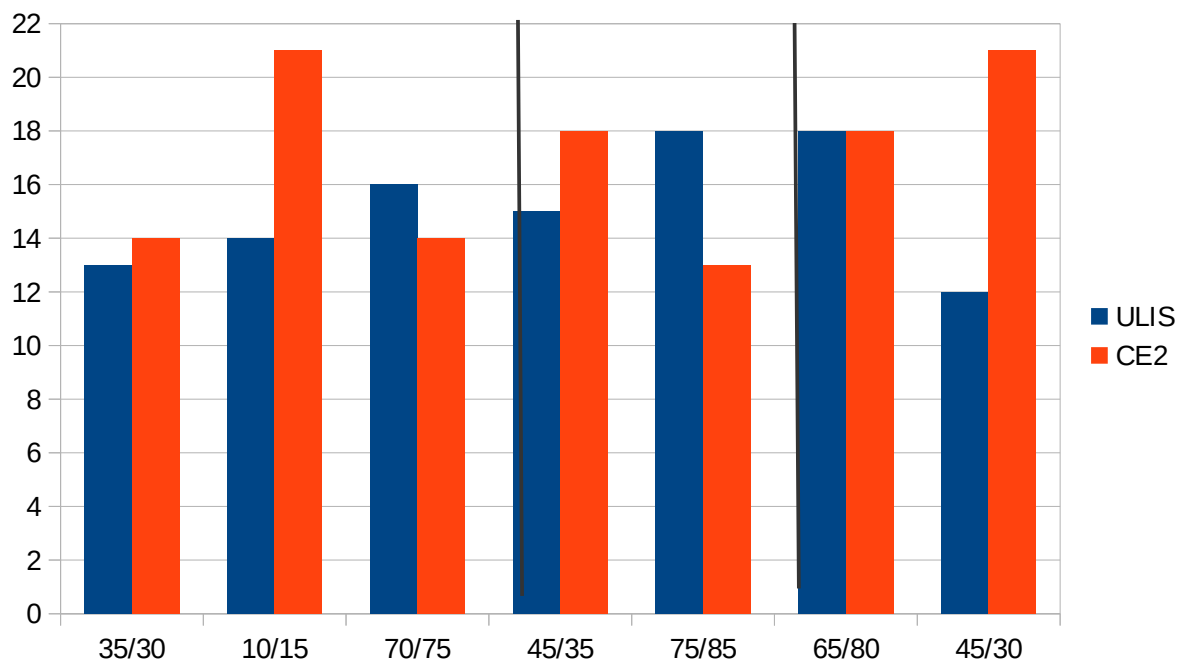


Figure 45: Diagramme présentant le nombre d'élèves d'ULIS-TFC et de CE2 ayant répondu juste à l'épreuve de comparaison pour les différentes situations proposées.

6.2.2 Calculs exacts

Cette tâche de calculs exacts est une tâche scolaire dans le sens où elle nécessite des compétences acquises et précises du nombre, puisque pour rappel les élèves doivent résoudre des soustractions mentales exactes. Ces soustractions mentales peuvent avoir pour résultats : 0, 1 ou 2, ces résultats sont proposés aux élèves et matérialisés par des cartes où ces nombres sont écrits, elles sont placées devant l'élève. Cette tâche a posé des problèmes de compréhension pour 7 élèves d'ULIS-TFC, nous ne pouvons pas prendre en compte leurs résultats dans l'analyse puisque ces élèves répondent au hasard, parfois en nommant une quantité autre que ce qui est proposé, ou en nommant un des deux opérandes de la soustraction. Un des élèves, pour donner sa réponse, additionne les deux termes de la soustraction. Ces difficultés de compréhension subsistent même lorsque le chercheur propose la situation dans sa version manipulable, avec les cubes. Ainsi les résultats traités et analysés concernent 25 élèves d'ULIS-TFC sur 32 et les 24 élèves de CE2. Nous pouvons également préciser que 12 élèves d'ULIS-TFC ont pu réaliser cette tâche que lorsqu'elle était proposée aux élèves sous la version manipulable. Lorsque les élèves étaient confrontés à la situation initiale ils avaient les mêmes types de réponses que celles citées précédemment, caractéristiques d'une

incompréhension de la situation. Pour ces 12 élèves, le chercheur leur a proposé la situation avec les cubes et les élèves ont ainsi pu comprendre la tâche et ont donc pu la réaliser convenablement. Nous notons qu'aucun élève de CE2 n'a eu besoin des cubes pour accéder à la compréhension de cette tâche. Dans ce cas, nous pensons que la situation initiale n'a pas été comprise puisque sa présentation est assez inédite pour les élèves. La situation représentée avec les cubes a été reconnue par les élèves en situation de handicap comme celle de la boîte noire, tâche souvent proposée au cours de leur scolarité. Ainsi ils ont pu retrouver les stratégies apprises et mises en place en classe pour résoudre cette tâche. Nous remarquons dans ce cas, combien la généralisation et le transfert des connaissances peuvent être source d'une réelle difficulté pour les élèves étant en situation de handicap. Dans ce cas, ils n'ont pas eu les moyens de transférer leurs connaissances et leurs compétences sur les nombres d'une situation à une autre parce que la forme de la situation proposée était trop éloignée de leur situation de référence. Ces élèves n'ont donc pas encore généraliser le sens de la soustraction, ils ne peuvent y avoir accès que dans un certain type de contexte appris, reconnu et maîtrisé.

Les résultats de cette tâche sont surprenants dans le sens où nous pensions que les élèves de CE2 seraient plus performants dans ce type de tâche puisqu'elle fait appel au sens exact du nombre. Cependant les résultats montrent que les élèves ont des résultats équivalents quel que soit leur groupe, si la tâche est considérée comme réussie lorsque les élèves ne commettent aucune erreur. En plus de cela les élèves d'ULIS-TFC sont plus performants, dans le sens où ils font moins d'erreurs comparés aux élèves de CE2.

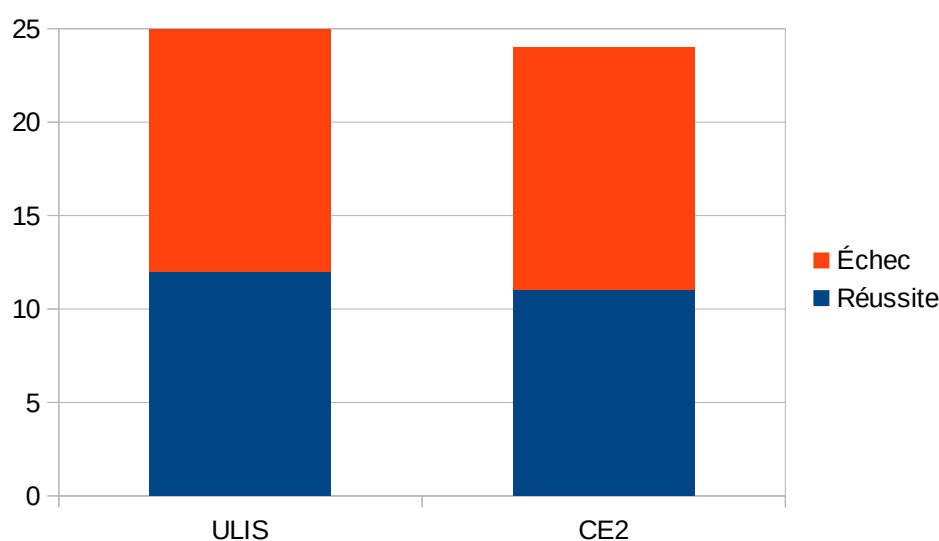


Figure 46: Diagramme présentant le nombre d'élèves d'ULIS-TFC et de CE2 en réussite et en échec lorsqu'aucune erreur n'est tolérée.

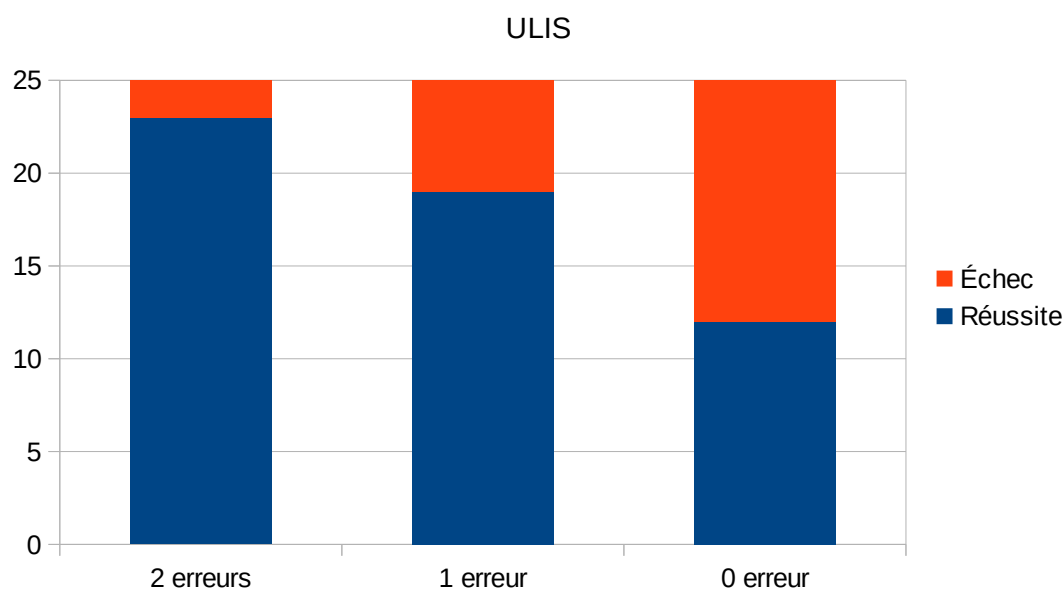


Figure 47: Diagramme présentant le nombre d'élèves d'ULIS-TFC en réussite et en échec en fonction du nombre d'erreurs tolérés.

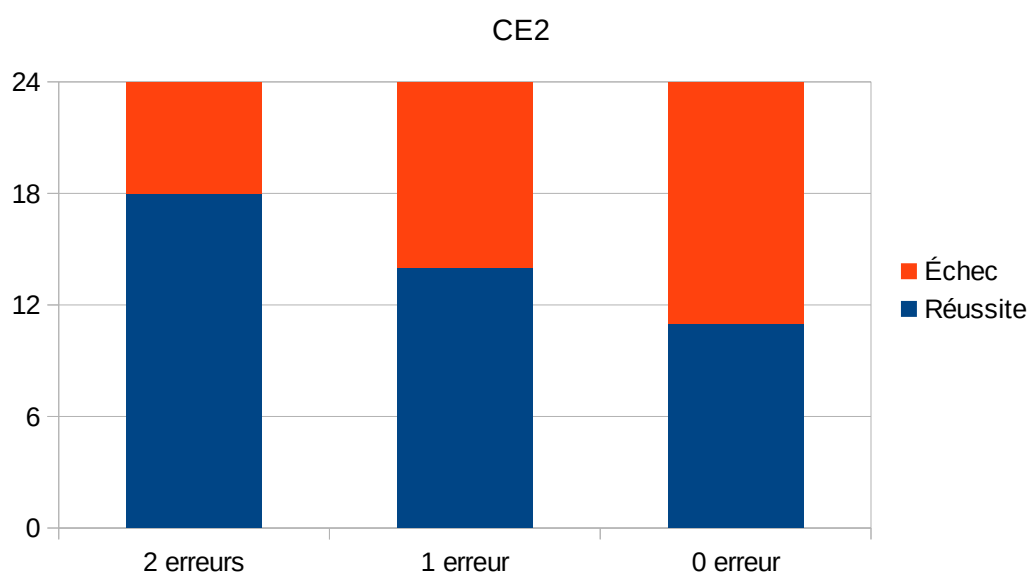


Figure 48: Diagramme présentant le nombre d'élèves de CE2 en réussite et en échec en fonction du nombre d'erreurs tolérés.

Cette différence de résultat pourrait s'expliquer par le fait que les élèves d'ULIS-TFC ont majoritairement utilisé leurs doigts pour résoudre cette tâche alors que les élèves de CE2 ont majoritairement utilisé des stratégies mentales. Plus précisément, cette tâche s'avère mieux comprise par les élèves de CE2 par rapport aux élèves d'ULIS-TFC dans le sens où ils ont mieux généraliser le sens de la soustraction et savent ainsi mieux la reconnaître dans les divers exercices proposés. Les élèves de CE2 semblent se sentir plus en confiance que les élèves

d'ULIS-TFC et peuvent donc utiliser davantage leurs stratégies « habituelles ». En effet les élèves de CE2 sont davantage dans une recherche « mentale » de la solution, comparée aux élèves d'ULIS-TFC qui ont été plus enclins à utiliser leurs doigts pour résoudre les soustractions, une fois que la situation a été reconnue. Le contrôle des doigts permettrait donc d'assurer un contrôle plus efficace du calcul exact comparé aux stratégies mentales. Ce type de comportement pourrait s'expliquer par les habitudes de classe, en effet, il reste encore aujourd'hui assez « mal vu » pour un élève dépassant un certain niveau scolaire de s'aider de ses doigts pour compter, nous avons pu constater, surtout chez les élèves de CE2 et quelques élèves d'ULIS-TFC qu'ils se cachaient pour utiliser leurs doigts mettant ceux-ci sous la table par exemple. Une élève d'ULIS-TFC manifestait ce type de comportement, elle réalisait les bonnes actions avec ses doigts pour résoudre la situation, mais elle n'osait pas regarder ses doigts ensuite pour oraliser sa réponse, donnant ainsi une réponse erronée. Dans ce cas le chercheur signalait à l'élève qu'il avait le droit d'utiliser ses doigts si cela pouvait l'aider, et qu'il pouvait le faire sans se cacher. Pour l'élève d'ULIS-TFC, le chercheur a dû la rassurer plusieurs fois avant qu'elle n'accepte de réaliser sa stratégie à la vue de celui-ci. Les élèves de CE2 utilisent donc davantage des stratégies mentales, même si celles-ci s'avèrent moins sûres. Cet effet peut être augmenté par une confiance plus importante chez les élèves de CE2 comparés aux élèves d'ULIS-TFC. Les soustractions proposées correspondent à des soustractions simples pour les élèves de CE2, ainsi ils se sentent davantage en confiance pour réussir la tâche et se concentrent moins ou prennent l'exercice « plus à la légère » et donc ont plus de chance de réaliser des erreurs que les élèves d'ULIS-TFC qui utilisent leurs doigts pour contrôler les calculs.

Les élèves d'ULIS-TFC, au maximum, font 3 erreurs sur les 9 soustractions proposées, et seuls 2 élèves sur 25 en ont fait autant, le reste du nombre d'erreurs est compris entre 2 et 0. Concernant les élèves de CE2, le nombre maximum d'erreurs est de 6, un seul élève en a réalisé autant, deux élèves ont fait 5 erreurs, deux autres 4 erreurs et un élève a fait 3 erreurs. Le reste du nombre d'erreurs est compris entre 2 et 0. Les soustractions ayant posé le plus de difficulté aux élèves de CE2 sont celles dont le résultat est égal à 0. La plus erronée est la première qui leur a été proposée à savoir $1 - 1$: un quart des élèves de CE2 ont répondu 1 au lieu de 0, contre 2 élèves d'ULIS-TFC sur 25. La seconde soustraction, $8 - 8$ a posé des difficultés à 4 élèves de CE2 contre 1 élève d'ULIS-TFC. Et la dernière soustraction, $3 - 3$ a également engendré une difficulté pour 4 élèves de CE2, contre aucun en ULIS-TFC. Pour les élèves de CE2, un élève s'est trompé sur ces trois soustractions et 3 élèves se sont trompés pour au moins 2 d'entre elles.

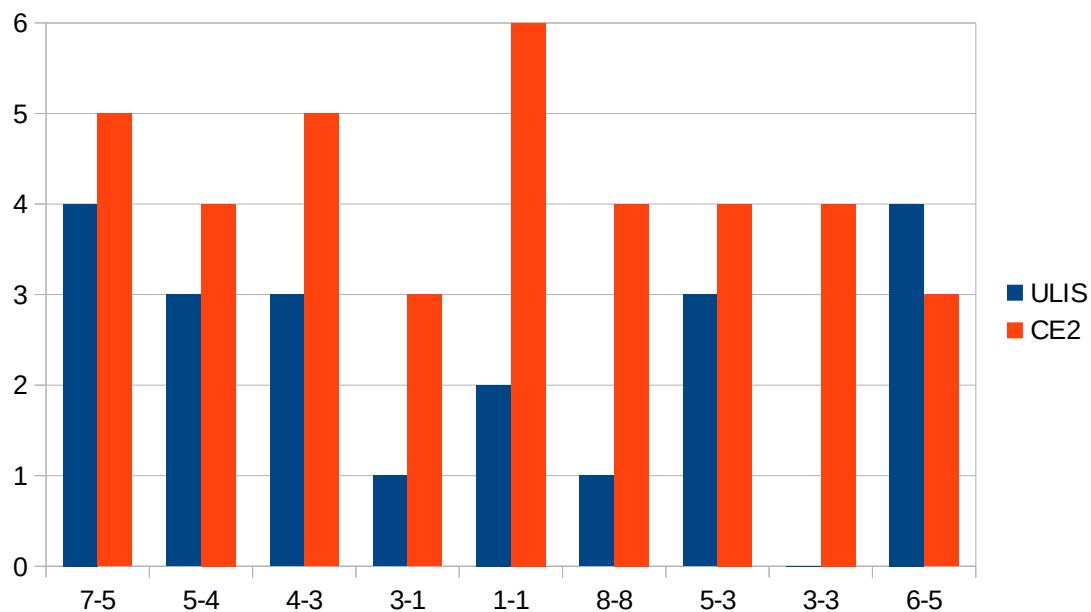


Figure 49: Diagramme présentant le nombre d'erreurs en fonction des soustractions proposées pour les élèves d'ULIS-TFC et de CE2.

Les stratégies employées par les élèves n'ont pas été répertoriées de manière précise au cours de la passation. Ainsi nous ne pouvons ni traiter ni analyser ce type de données ici, ce que nous pouvons ajouter aux commentaires déjà réalisés précédemment, c'est que la stratégie de comptage à rebours est assez peu utilisée par les élèves, que le contrôle soit mental ou digital. La stratégie la plus commune pour les élèves d'ULIS-TFC et pour les élèves utilisant les doigts est la réalisation de la soustraction sur les doigts. Quand la stratégie est simplement mentale, le chercheur n'ayant pas posé de question aux élèves sur leur manière de faire et n'ayant pas pris de note sur ce sujet, aucunes données fiables ne pourraient être traitées ici.

6.2.3 L'approximation du nombre, et le sens exact du nombre : deux facettes distinctes

Les analyses menées sur la tâche d'approximation et la tâche de calculs exacts tendent à montrer que les cadres théoriques pris isolément ne permettent pas d'expliquer pleinement les résultats obtenus. Concernant le sens approximatif du nombre, si l'on s'appuie uniquement sur le cadre théorique de la neuropsychologie, les résultats des élèves démontrent bien des capacités pour l'approximation qui sont similaires quel que soit leur groupe. Ceci correspond au résultat attendu, puisque les capacités d'estimer et de comparer des quantités seraient

présentes même si le langage mathématique n'a pas été développé, voire avant le développement du langage chez les enfants. Mais certains résultats ne sont pas explicables uniquement de part ce cadre théorique. Rappelons que 12 élèves sur 56 ne comprennent pas la tâche qui leur ait demandé, lorsqu'elle est présentée avec cette forme additive tandis que si elle est présentée de manière simple, ces élèves la réussissent. Cette difficulté pourrait provenir de la « forme » donnée à la situation d'estimation et de comparaison qui est totalement inhabituelle à ce qui leur est d'habitude proposé en classe. Ainsi les élèves n'ont pu mettre en œuvre les stratégies adéquates pour répondre à cette situation problème. De plus, l'effet de l'écart n'est pas visible comme ce qui aurait été attendu, puisque nous ne percevons pas une plus nette réussite de la part des élèves que l'écart entre les quantités à comparer soit de 5, 10 ou 15. Ces constats sont difficilement explicables dans le cadre de cette étude. Un approfondissement serait nécessaire pour développer des hypothèses d'interprétation.

Concernant le sens exact du nombre, les apports de la neuropsychologie ne nous permettent pas de comprendre l'ensemble des résultats obtenus. Nous nous rendons compte que les élèves d'ULIS-TFC ne peuvent pas être assimilés à la population des Mundurucus puisqu'ils ont bénéficié d'un apprentissage scolaire leur permettant d'avoir un accès au langage mathématique et à la construction de certaines compétences numériques. Ainsi les élèves d'ULIS-TFC ont des compétences pour raisonner sur le sens exact du nombre, simplement ces compétences ne seraient, d'une certaine manière, ni disponibles ni utilisables de la même façon que les élèves dits « ordinaires ». Les cadres de la psycho-cognition et de la didactique nous apportent des éléments nous permettant de mieux comprendre les résultats imprévus obtenus. Les élèves d'ULIS-TFC semblent très sensibles à la forme que prennent les situations qui leur sont proposées. Ceci peut être explicable par leurs difficultés à créer des liens et à généraliser. En effet, en situation de classe, si l'enseignant leur propose deux situations relevant toutes deux de la soustraction mais ayant des formes distinctes, il y a de fortes chances pour que ceux-ci ne repèrent pas que ces deux situations relèvent de la même compétence. Pour cela il est utile voire nécessaire que l'enseignant les invite à en prendre conscience ou qu'il le verbalise lui-même. Ainsi la réussite à l'une de ces deux situations ne permet pas d'assurer la réussite à l'autre et encore moins à une troisième situation qui serait différente. Cette difficulté de généralisation est parfois tellement forte chez ces élèves, qu'une situation vécue et maîtrisée dans un certain lieu et/ou avec un adulte ne sera pas reconnue si elle est présentée dans un autre lieu et/ou avec un autre adulte. Les élèves d'ULIS-TFC peuvent développer des stratégies pour

réussir une tâche mais celles-ci sont le plus souvent apprises, mémorisées et associées à un type de situation. Leur faible flexibilité mentale et leurs difficultés à créer des liens rend cette association très délicate à défaire et ce, même si la stratégie s'avère infructueuse dans une situation différente ou plus complexe. Dans la tâche proposée au cours du protocole, les élèves d'ULIS-TFC ont eu, pour certains, besoin que la situation initiale change de « forme » pour qu'elle ressemble davantage à la situation référence et qu'elle soit reconnue par les élèves. Mais qu'ils aient eu ou non ce besoin, les élèves d'ULIS-TFC ont eu une plus grande réussite à cette épreuve, comparés aux élèves dits ordinaires, puisque la majorité des élèves ont utilisé leur stratégie connue, entraînée et maîtrisée, la résolution de la soustraction avec les doigts. Dans ce cas, elle fonctionne très bien puisque les soustractions proposées pouvaient toutes être résolues à l'aide de cette stratégie puisqu'aucun des opérandes ne dépassait 10. Les résultats pourraient être en défaveur des élèves d'ULIS-TFC si les soustractions proposées avaient des termes supérieurs à 10. Ainsi la majorité des élèves d'ULIS-TFC développeraient bien un sens exact du nombre, contrairement aux Indiens Mundurucus, mais celui-ci n'est pas « accessible et malléable aussi facilement » que pour les élèves dits ordinaires.

Pour certains élèves d'ULIS-TFC ce sens exact du nombre semble difficile d'accès, ce sont essentiellement des élèves qui n'ont pas développé une connaissance suffisamment stable et importante de la suite numérique orale, et qui ne maîtrisent pas le code arabe-écrit. Mais la majorité de ces élèves ont pu développer, comme nous avons pu le voir précédemment, un sens approximatif du nombre, correspondant davantage au code analogique. En effet, parmi les 7 élèves d'ULIS-TFC en échec sur la situation des soustractions exactes, seulement 3 ont également été en échec sur la situation d'approximation et de comparaison. Les résultats nous indiquent également qu'il y a plus d'élèves en échec pour convoquer le sens approximatif du nombre par rapport au sens exact du nombre. En effet, 12 élèves sont en échec sur la situation d'approximation et de comparaison, parmi ces 12 élèves, 10 sont des élèves d'ULIS-TFC et 2 sont des élèves de CE2. Concernant la tâche de calculs exacts, 7 élèves sont en échec et ils sont tous du dispositif ULIS-TFC. La tâche d'approximation et de comparaison peut être perçue comme « déroutante » pour les élèves puisqu'ils n'ont pas d'éléments connus, concrets, appris, travaillés en classe sur lesquels s'appuyer pour résoudre la situation qui leur est proposée. En tant que chercheur, lorsque nous observons les élèves résoudre cette tâche, nous n'avons aucun appui extérieur pour nous guider sur leur manière de procéder. C'est comme s'ils s'en remettaient au hasard, hors comme nous l'avons vu leurs résultats montrent qu'ils font mieux

que le hasard. Cette sensation de non-maîtrise pourrait peut-être expliquer pourquoi certains élèves sont en échec pour la tâche d'approximation et comparaison alors qu'ils ne le sont pas pour la tâche de calculs exacts. En effet dans cette tâche, ce sentiment serait moins ressenti puisqu'elle peut se résoudre par une stratégie claire, structurée et qui peut être verbalisée soit par l'élève lui-même soit par l'adulte. Le sens exact du nombre, s'appuierait en quelque sorte sur un protocole appris qui serait ensuite intériorisé et automatisé (comme la lecture), mais au début, l'existence et l'apprentissage explicite de cette structure permettrait l'accès au sens précis du nombre. Ceci n'est pas le cas pour le sens approximatif du nombre, ce sens serait davantage intuitif, il n'existe donc pas de protocole établis, appris pour accéder à ce sens. Or si l'on s'appuie sur la psycho-cognition et la didactique, les élèves en situation de handicap, plus que les élèves dits « ordinaires », pourraient avoir davantage besoin d'un enseignement explicite pour acquérir et accéder à ces connaissances, pour pouvoir agir sur celles-ci et agir avec elles sur l'environnement.

6.3 Représentation spatiale du nombre

Cette tâche peut être considérée à la fois comme une tâche scolaire et comme une tâche non scolaire au sens où les enfants sont confrontés dans leur vie quotidienne à cette représentation spatiale des nombres, et que ce type d'exercice est préconisé au sein des programmes scolaires. Simplement, dans les classes, bien que cet exercice soit proposé aux élèves, il est rarement appris de manière explicite, de plus les graduations des lignes numériques sont souvent pré-établies. Pour le traitement des données pour la ligne numérique de 1 à 10, un calque a été réalisé indiquant la position exacte des nombres sur cette ligne. Pour chaque nombre placé par les élèves, le calque a été déposé sur la ligne numérique et il a été reporté dans un tableau le nombre correspondant, ces tableaux sont disponibles en annexe (la 7^{ème} à la 9^{ème}). Pour la ligne numérique de 1 à 100, un autre calque a été réalisé indiquant la position exacte des nombres sur cette ligne. Pour chaque nombre placé par les élèves, le calque a été déposé sur la ligne numérique et il a été reporté dans un tableau le nombre correspondant, ces tableaux sont disponibles en annexe (la 8^{ème} à la 10^{ème}). Les moyennes de l'ensemble de ces valeurs ont ensuite été calculées et comparées aux valeurs attendues. Cette comparaison a donné lieu à des graphiques servant de base à l'analyse des données mais une attention particulière a aussi été donnée aux réponses individuelles des élèves. Un graphique a donc été

réalisé pour chacun des élèves, pour chacun des exercices passés. Au cours de l'analyse certains graphiques représentant les valeurs d'un seul élève seront présentés afin de montrer certains résultats atypiques, ou des résultats caractéristiques de plusieurs élèves.

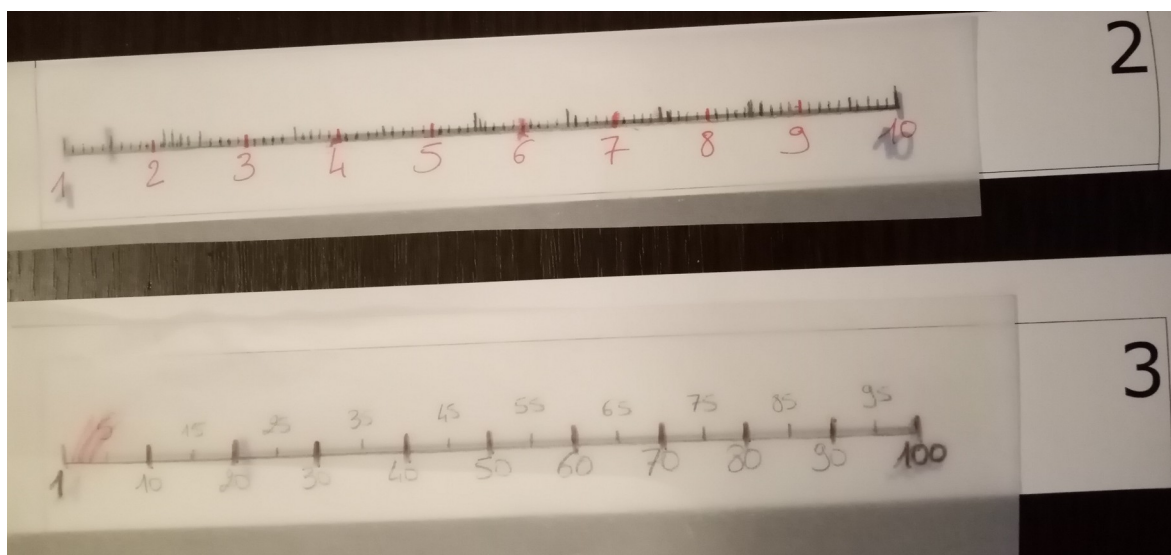


Figure 50: Exemples de traitement des résultats avec les calques.

Cette tâche n'a pas posé de problème de compréhension pour la majorité des élèves, en effet ils semblent comprendre le principe de la ligne numérique sur laquelle les nombres se rangent de gauche à droite, du plus petit au plus grand.

6.3.1 Ligne numérique de 1 à 10

Les résultats de cet exercice révèlent assez peu de différence entre les deux groupes. Les profils de courbes sont plutôt similaires, les deux groupes ont une tendance à sous estimer le placement des nombres sur la ligne numérique. Cependant cette tendance se réduit pour les nombres 8 et 9 dont le placement se précise, ce phénomène est plus marqué pour les élèves de CE2. Les résultats correspondent, en moyenne, à ce qui était attendu d'après le cadre neuropsychologique, à savoir une courbe davantage linéaire avec une certaine propension à la sous-estimation.

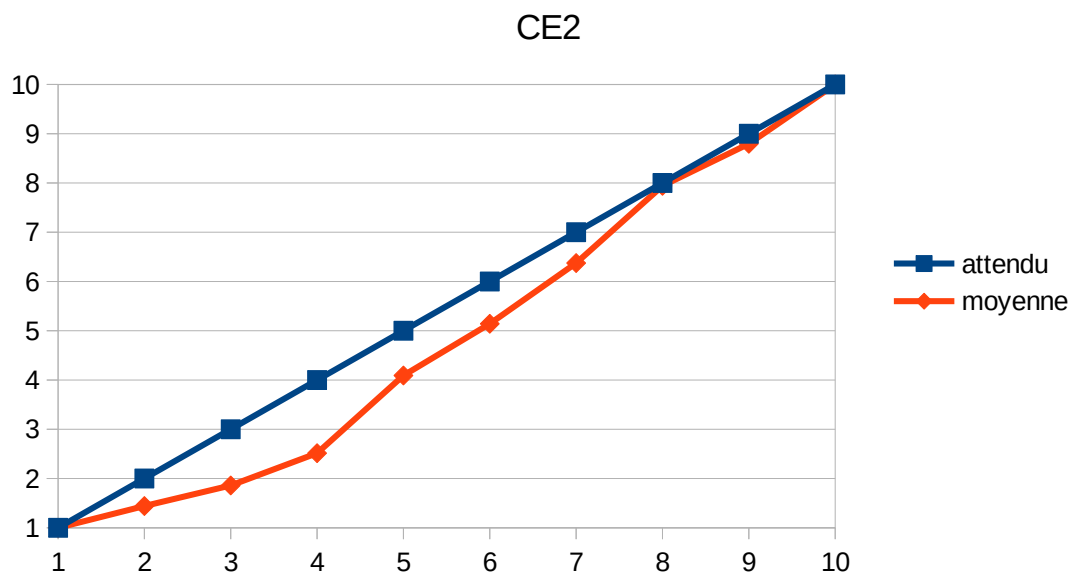


Figure 51: Courbe présentant les résultats moyens des élèves de CE2 dans la tâche de représentation spatiale des nombres allant de 1 à 10.

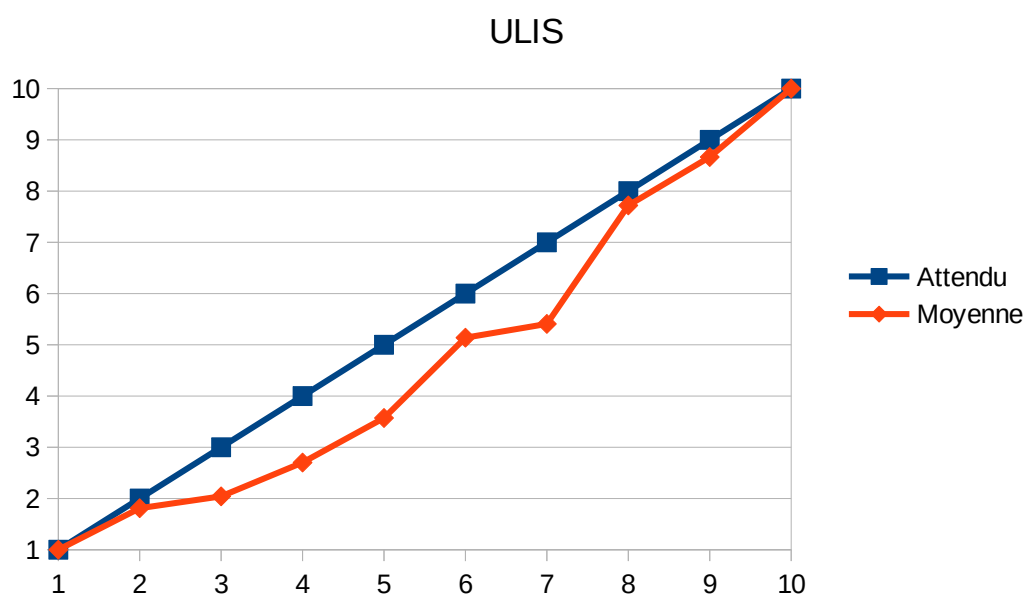


Figure 52: Courbe présentant les résultats moyens des élèves d'ULIS-TFC dans la tâche de représentation spatiale des nombres allant de 1 à 10.

Pour cet exercice tous les résultats des élèves de CE2 ont pu être traités, mais cinq résultats d'élèves d'ULIS-TFC n'ont pu être traités du fait d'une trop grande incohérence. Ces cinq élèves ont présenté des difficultés aux tâches précédentes et se sont retrouvés en difficulté pour réaliser cet exercice. Le chercheur a donc proposé l'exercice avec les nuages de points afin d'aider les élèves à adopter un sens approximatif du nombre. Seulement cette démarche ne

les ont pas aidés puisqu'ils comptaient le nombre de points dans les nuages, ainsi ils se retrouvaient dans une situation où le nombre était de nouveau perçu au sens exact. Les résultats obtenus sont donc tout aussi « désordonnés » que dans l'exercice avec le nombre écrit en chiffre. Ces élèves ne semblaient pas comprendre le sens métaphorique de la ligne numérique sur laquelle les nombres se rangent de gauche à droite du plus petit au plus grand. Ces élèves semblaient en réelles difficultés pour comprendre la consigne de l'exercice proposé, certains plaçaient une grande partie des nombres approximativement au même endroit, d'autres passaient d'une extrémité à l'autre sans qu'ils puissent expliquer pourquoi.

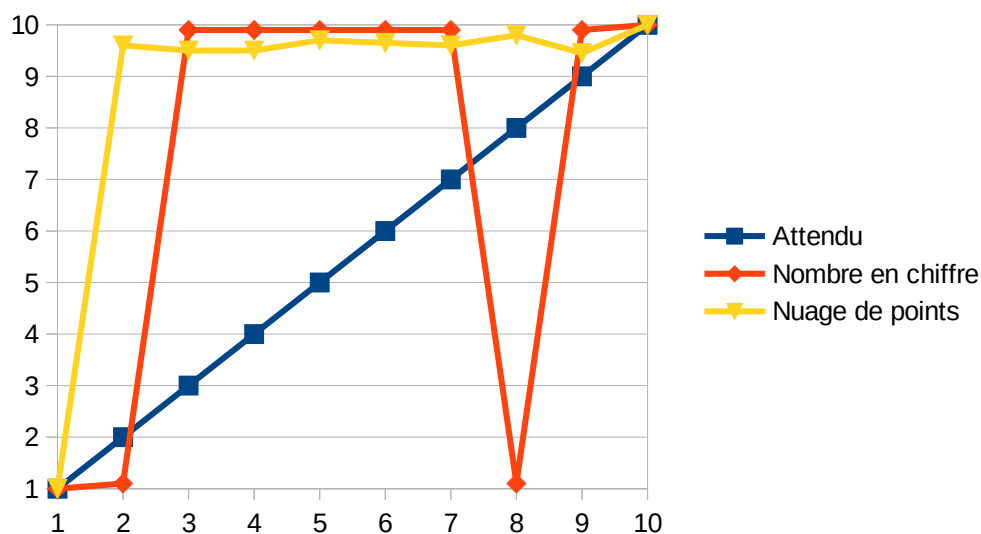


Figure 53: Exemple de courbes obtenues par un élève d'ULIS-TFC en difficulté dans la tâche de représentation spatiale des nombres de 1 à 10.

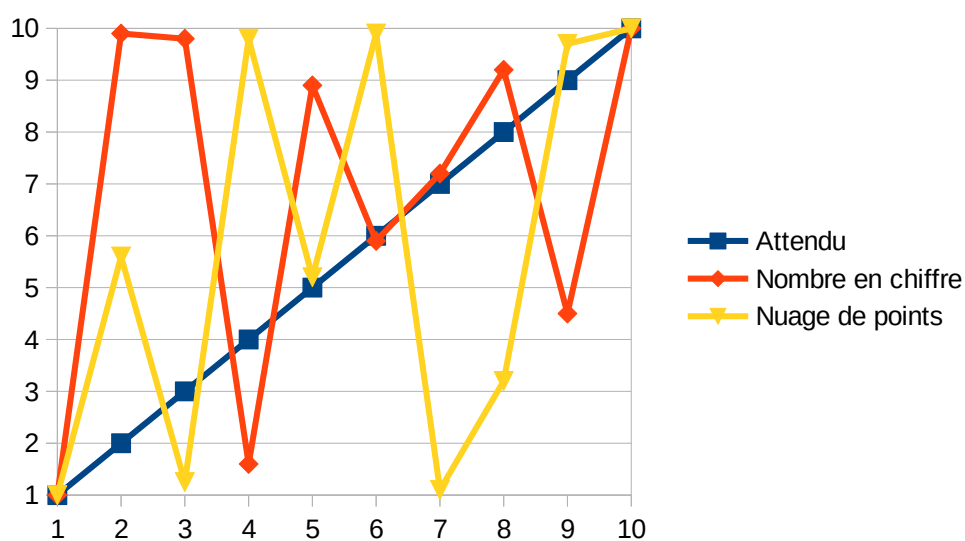


Figure 54: Exemple de courbes obtenues par un autre élève d'ULIS-TFC en difficulté dans la tâche de représentation spatiale des nombres de 1 à 10.

Les résultats des 51 élèves qui ont été pris en compte montrent de part leurs comportements qu'ils ont compris la métaphore de la ligne numérique. Pour cet exercice nous observons un panel de stratégies sensiblement identiques quel que soit le groupe des élèves. Les différentes stratégies sont répertoriées dans le tableau ci-dessous, et sont ensuite analysées.

Tableau 10 : Tableau présentant les différentes stratégies utilisées par les élèves de CE2 et d'ULIS-TFC pour placer les nombres sur la ligne numérique de 1 à 10.

	Dents de scie	Non échelle	Z à l'envers	Enlacement	Sous-estimation	Courbe proche
ULIS	3	3	11	8	2	0
CE2	0	1	11	6	3	3
Total	3	4	22	14	5	3

Les élèves ont dans l'ensemble fait appel au sens exact du nombre puisqu'ils se placent à l'extrémité gauche, et comptent en faisant des espaces réguliers jusqu'au nombre à placer. Une fois qu'ils sont arrivés à ce nombre, ils marquent l'emplacement par un trait. Certains déplaçaient simplement le crayon, d'autres marquaient des petits points à chaque nombre compter, d'autres pointaient avec leur doigt. Les élèves commençaient essentiellement l'exercice en utilisant le sens exact du nombre puis nous verrons que certains ont pu changer de stratégie au cours de l'exercice passant à un sens plus approximatif. Ce passage d'un sens du nombre à l'autre n'est pas une caractéristique du groupe d'élèves, mais plutôt de la stratégie adoptée par les élèves. C'est le cas pour la stratégie du « Z à l'envers », stratégie pour laquelle l'ordre d'apparition des nombres a eu un impact. Nous développerons ceci au cours de l'analyse de cette procédure, autrement pour les autres stratégies nous ne pouvons pas noter un effet particulier de l'ordre.

Les trois élèves d'ULIS-TFC ayant un profil en dents de scie placent les nombres relativement proches de la ligne attendue mais quelques nombres peuvent être mal placés, au sens où un grand nombre peut être placé avant un nombre plus petit. Ces trois élèves ont également un profil de courbe qui enlace la ligne attendue dans le sens où ils peuvent osciller entre une sous-estimation ou une sur-estimation. Ces profils se distinguent du profil « enlacement » dans le sens où les pics de la stratégie « dents de scie » sont plus importants en termes d'écart à l'attendu.

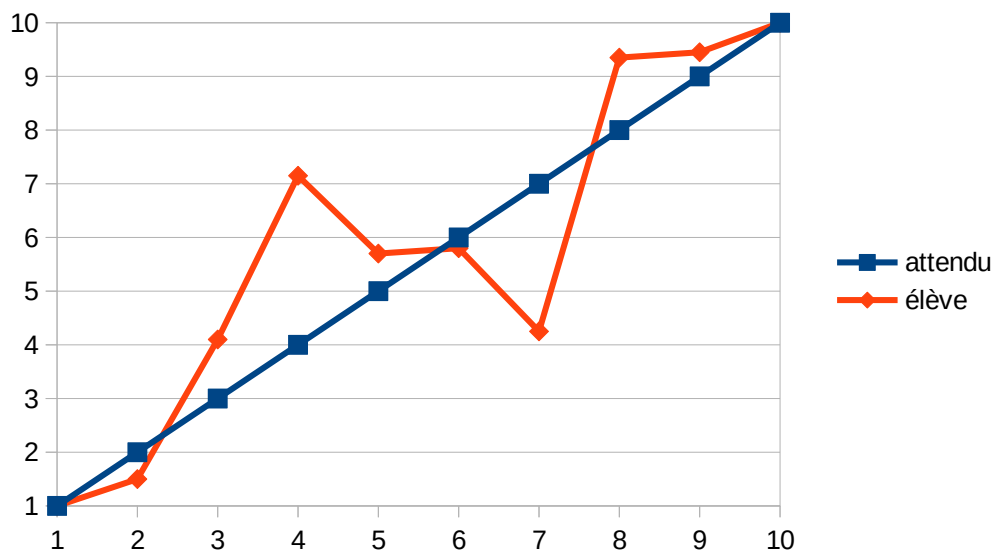


Figure 55: Courbe typique du profil "dents de scie" dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève d'ULIS-TFC.

Les quatre élèves qui ne tiennent pas compte de l'échelle utilisent le sens exact du nombre tel qu'il a été présenté plus haut. Les élèves se placent à l'extrémité gauche et se déplacent vers la droite en faisant des petits écarts réguliers entre les nombres et en comptant de 1 en 1 pour arriver jusqu'au nombre souhaité. Ces élèves-là ne modifient en aucun cas leur stratégie même lorsqu'un nombre proche de 10 est présenté.

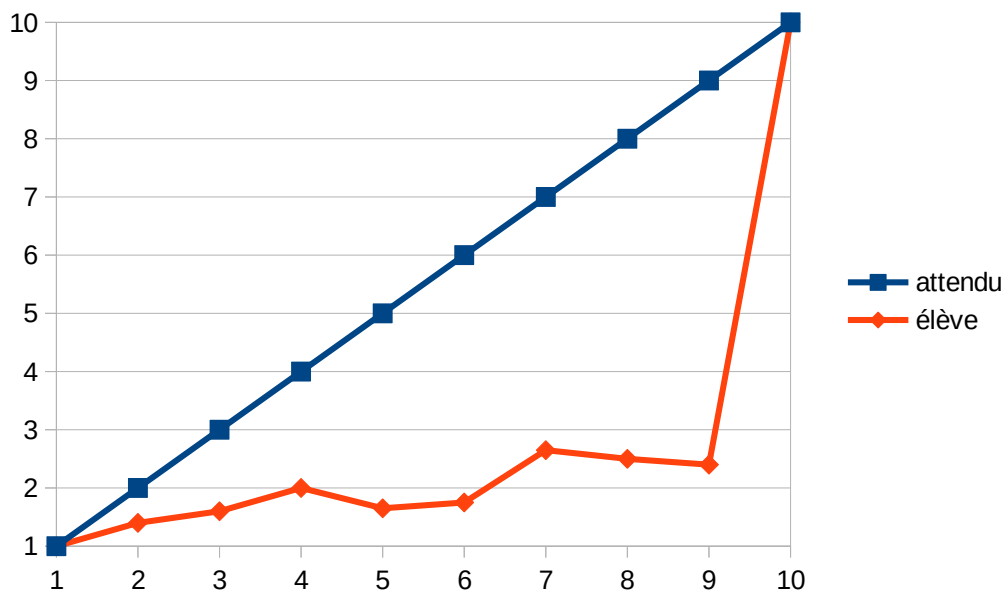


Figure 56: Courbe typique d'une non prise en compte de l'échelle dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève d'ULIS-TFC.

Le profil du « Z à l'envers », se retrouve pour la majorité des élèves, et ce quel que soit leur groupe. Ce même profil explique un peu moins de la moitié des comportements mis en place par les élèves. Ce profil s'appuie à la fois sur le sens exact du nombre et sur le sens approximatif. En effet, les élèves commencent par utiliser le sens exact du nombre en adoptant la même stratégie que pour les élèves qui ne tiennent pas compte de l'échelle. Simplement, lorsque ces élèves sont confrontés à un nombre proche de 10, ils se rendent compte d'une incohérence. Prenons un exemple avec le nombre 8 pour décrire le comportement typique de ces élèves : les élèves partent de l'extrémité 1 et comptent de 1 en 1 en marquant des écarts réguliers jusqu'à 8, ils s'arrêtent, ils regardent l'autre extrémité et ils manifestent une légère surprise, ils reviennent sur le marquage qu'ils ont trouvé à 8, regardent de nouveau l'extrémité 10 et à ce moment-là ils basculent et passent dans une représentation approximative du nombre, où le nombre 8 et tous les nombres supérieurs à 8 se trouveront près du 10. Ce basculement ne se fait pas au même moment pour tous les élèves, mais une fois qu'il est fait tous les nombres qui sont supérieurs au nombre de bascule seront traités de manière approximative et tous les nombres inférieurs seront traités avec le sens exact du nombre.

Tableau 11 : Tableau présentant le "nombre bascule" dans le profil du "Z à l'envers" pour les élèves d'ULIS-TFC et de CE2.

Nombre bascule	5	6	7	8	9
ULIS	2	2	1	5	1
CE2	3	2	2	3	1
Total	5	4	3	8	2

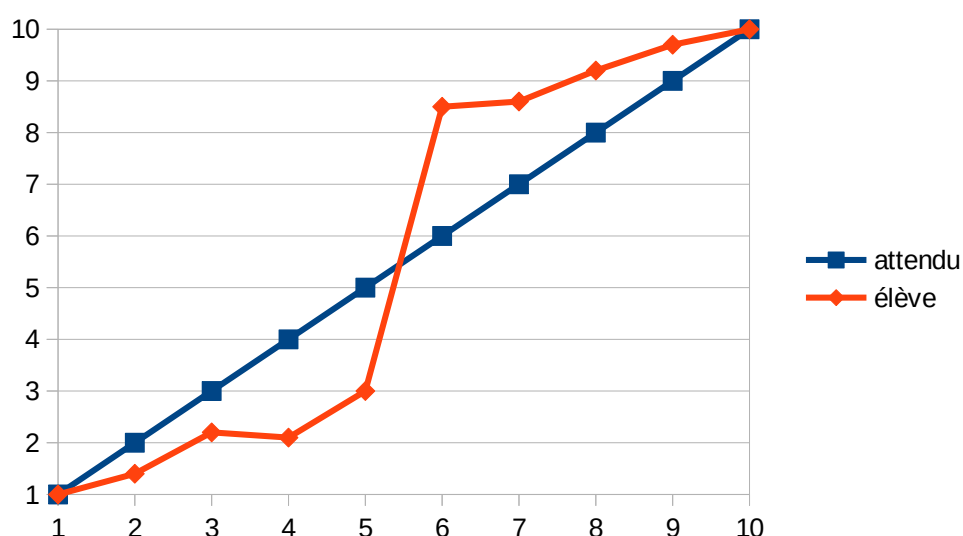


Figure 57: Courbe typique du "Z à l'envers" avec une bascule à 6 dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève de CE2.

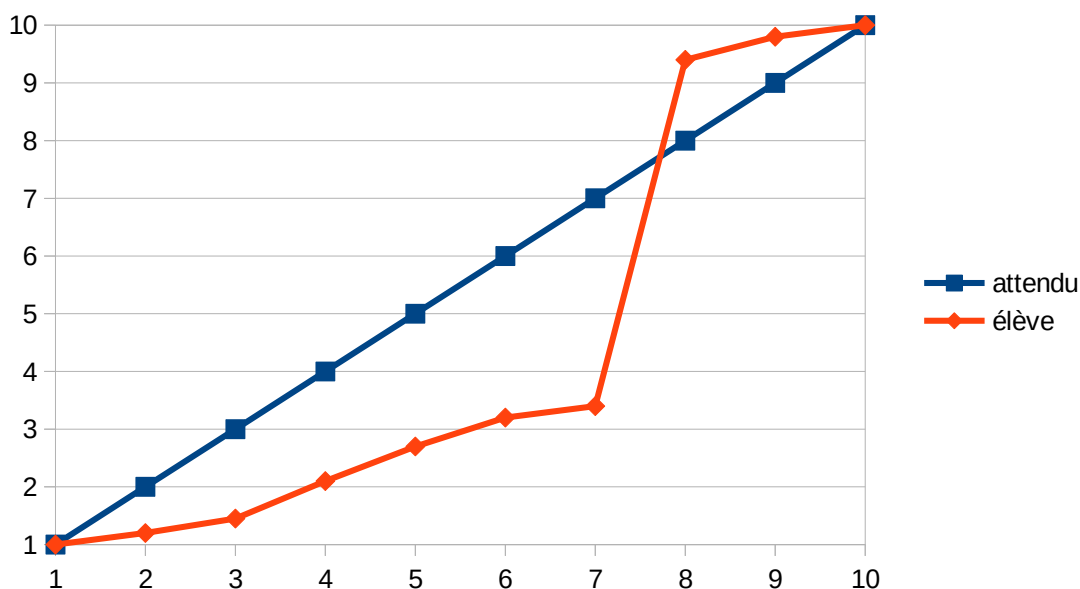


Figure 58: Courbe typique du "Z à l'envers" avec une bascule à 8 dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève d'ULIS-TFC.

Quelques élèves ont un comportement très proche des élèves avec un profil en « Z à l'envers », cependant ces élèves marquent des écarts plus importants entre l'emplacement de chaque nombre, comme s'ils tenaient davantage en compte la longueur de la ligne numérique et donc de la proportionnalité de chacun des écarts. Les élèves qui ont un profil « enlacement » peuvent utiliser un sens approximatif du nombre et basculer à un sens exact comme le font les élèves avec le profil en « Z à l'envers ». Les courbes obtenues par les élèves sont proches de la courbe attendue, simplement nous pouvons voir que les élèves sont tantôt dans une sous-estimation et tantôt dans une sur-estimation du placement des nombres, ce qui donne une courbe de résultats qui s'enlace autour de la courbe attendue. Sur les 14 élèves qui ont ce profil, nous pouvons noter un changement autour du nombre 5 (entre 4 et 6) pour 8 élèves, 5 en CE2 et 3 en ULIS-TFC. Ces élèves ont tous une tendance à sous-estimer au départ et une fois la bascule effectuée ils maintiennent une légère sur-estimation. Les autres élèves réalisent plusieurs points de bascules au cours de l'exercice mais tous commencent par sous-estimer le placement des nombres, parmi ces 6 élèves 5 bénéficient d'un dispositif ULIS-TFC et 1 seul est issu du CE2.

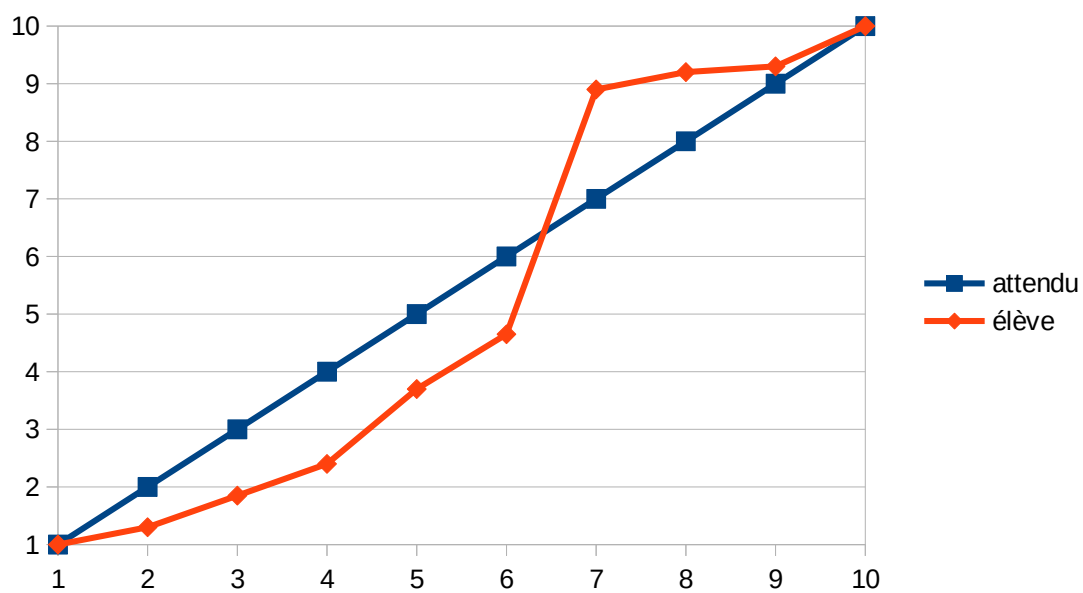


Figure 59: Courbe typique de "l'enlacement" avec un basculement dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève d'ULIS-TFC.

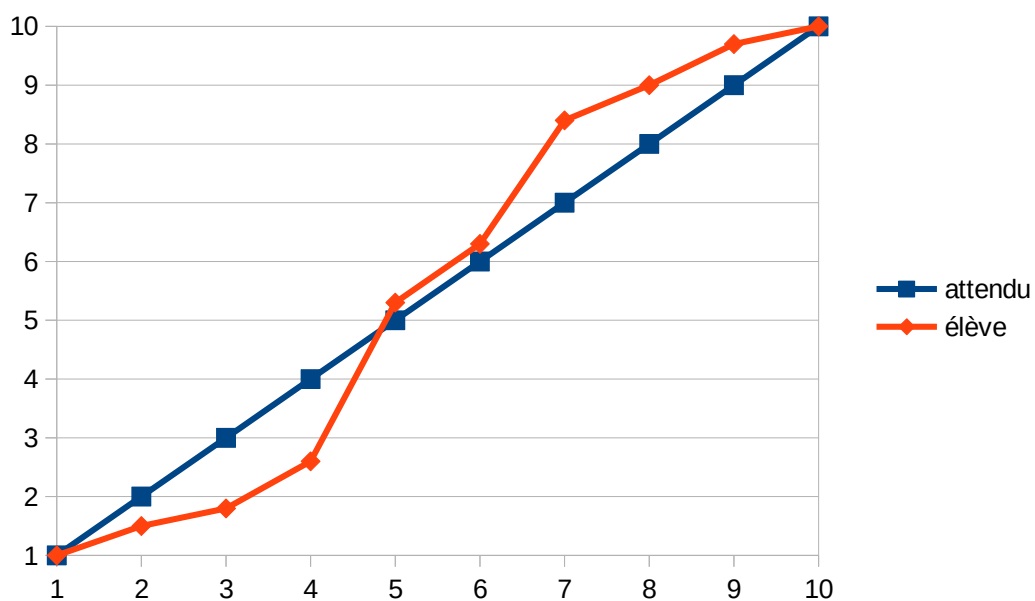


Figure 60: Courbe typique de "l'enlacement" avec un basculement dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève de CE2.

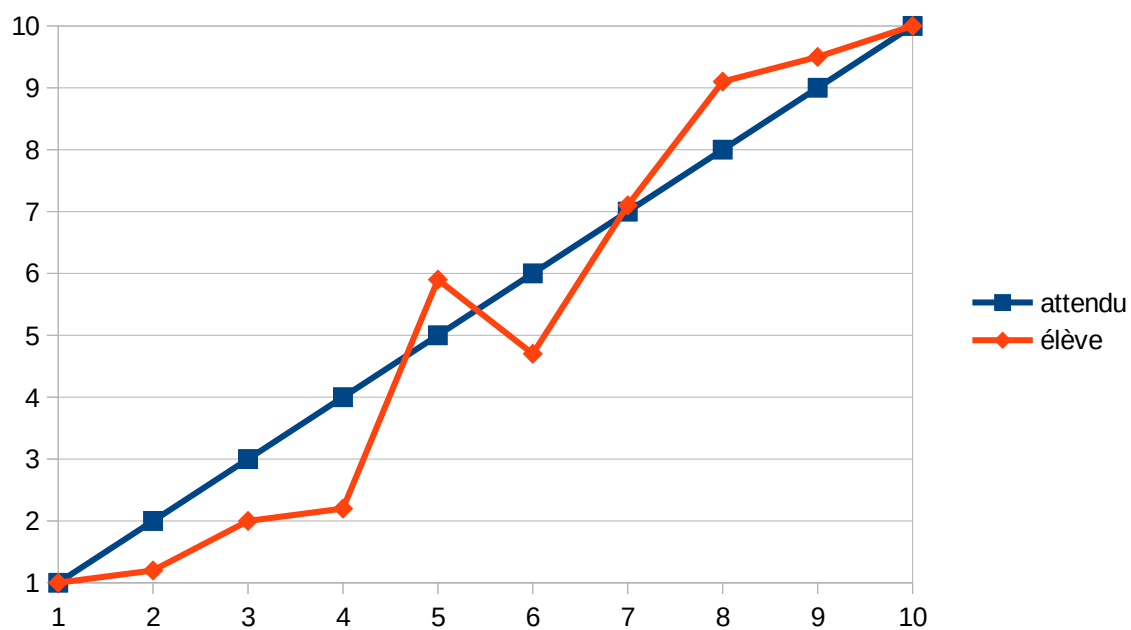


Figure 61: Courbe typique de "l'enlacement" avec plusieurs basculements dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève d'e CE2.

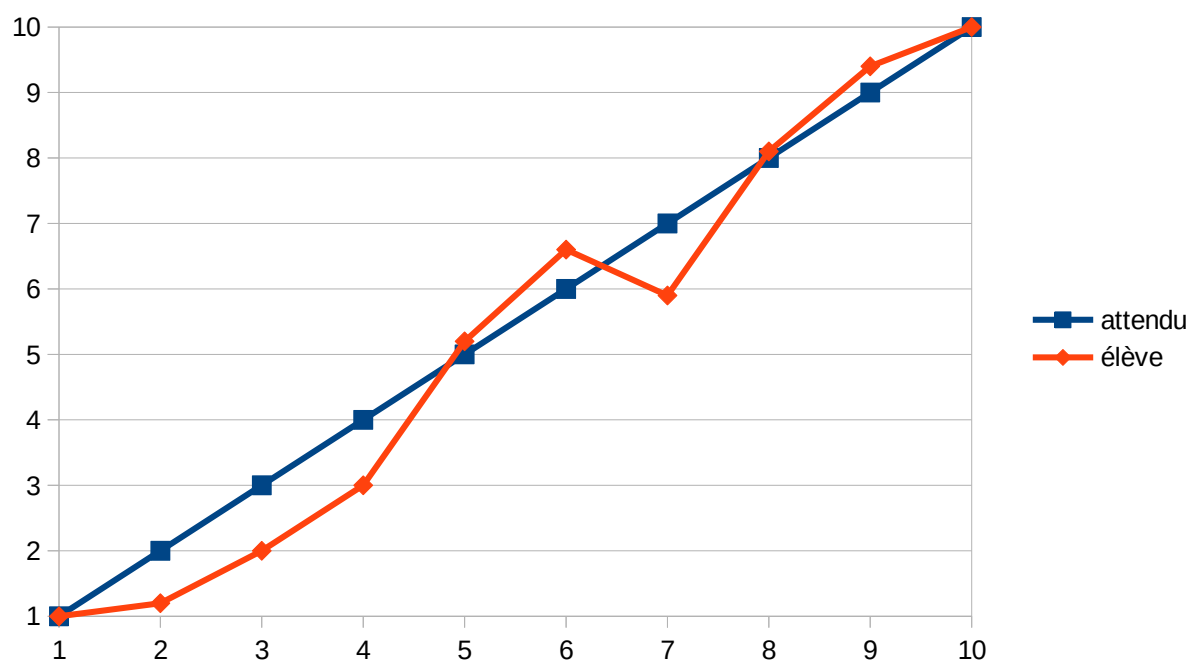


Figure 62: Courbe typique de "l'enlacement" avec plusieurs basculements dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève d'ULIS-TFC.

Les élèves ont tous une tendance à sous-estimer le placement des nombres sur la ligne numérique, le profil « sous-estimation » correspond aux cinq élèves qui sont pour l'ensemble de l'exercice et pour chacun des nombres en dessous de la courbe attendue. Parmi ces cinq

élèves, un seul était dans un sens approximatif du nombre dès le début de l'exercice, autrement tous les autres élèves utilisaient davantage le sens exact du nombre. Dans ce type de profil, nous pouvons noter, pour 3 élèves la présence de pics en direction de la courbe, notamment pour les nombres proches de 5 (4, 5 ou 6). Un seul élève a une courbe plus atypique avec un pic descendant pour le nombre 7, cet élève a peut-être confondu l'écriture du 7 avec celle du 1.

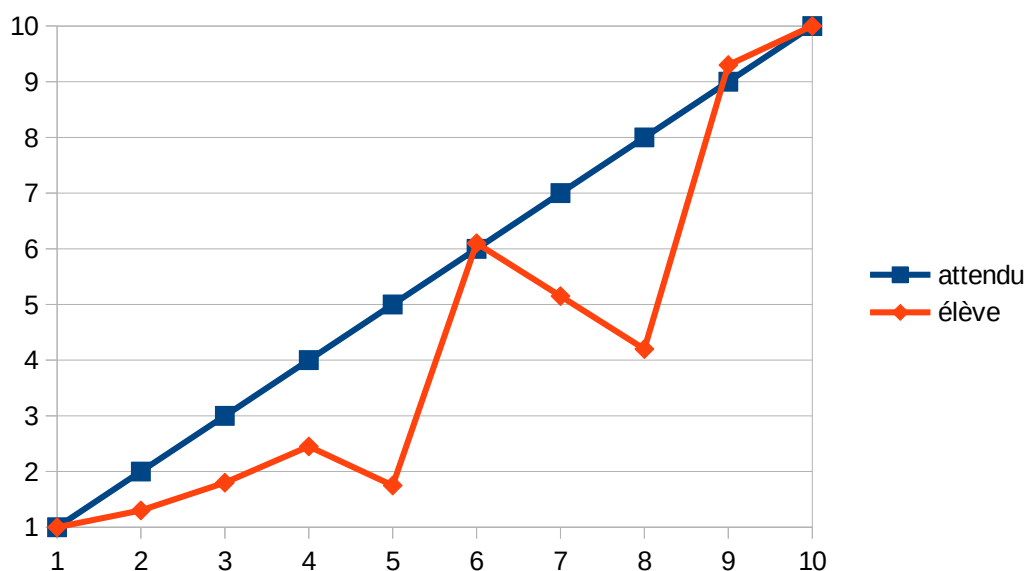


Figure 63: Courbe typique de "sous-estimation" dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève d'ULIS-TFC.

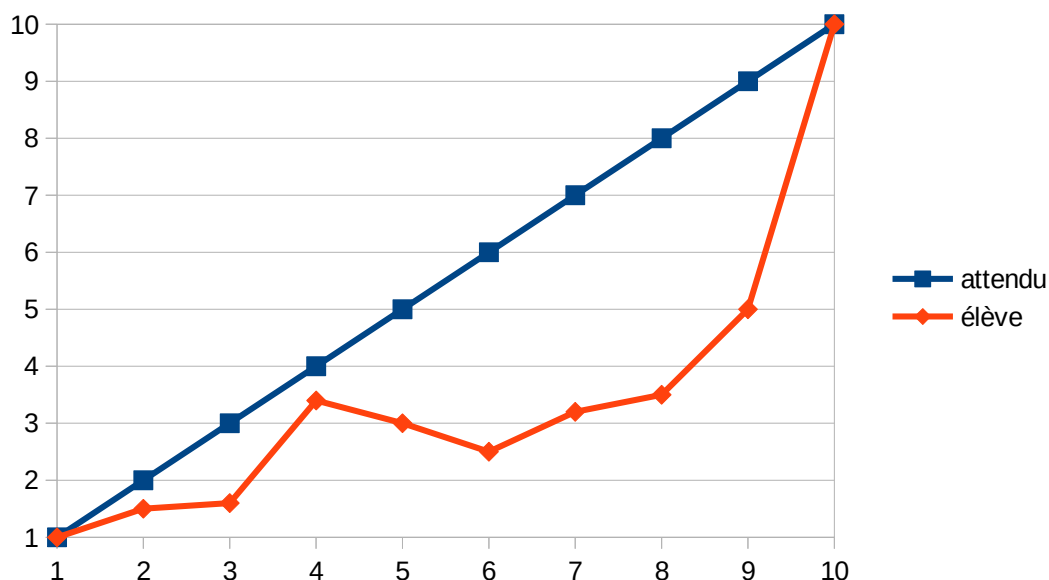


Figure 64: Courbe typique de "sous-estimation" dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève de CE2.

Enfin le dernier profil que nous pouvons décrire est celui d'une correspondance forte entre la courbe de résultats des élèves et la courbe attendue. Les élèves ayant ce profil sont tous issus du CE2, ils sont 3. Ces 3 élèves utilisaient le sens exact du nombre, mais ceux-ci prenaient en compte la longueur de la ligne numérique pour pouvoir ajuster les écarts entre chaque nombre compté. Un des élèves concerné par ce profil a commencé à faire des écarts assez petits pour le premier nombre (2) puis quand il a été confronté au deuxième nombre (7) il s'est rendu compte que ces écarts étaient faux par rapport à la longueur de la ligne, comme pour le profil « Z à l'envers » mais au lieu de basculer sur le sens approximatif du nombre, il a utilisé le sens exact mais en augmentant les écarts. Ensuite, il a maintenu l'écart pour tous les autres nombres présentés. Enfin pour ces trois élèves nous pouvons préciser qu'ils ont également tous une tendance à l'enlacement de la courbe avec une sous-estimation au départ, une sur-estimation ensuite et enfin un ajustement au plus proche de la courbe attendue.

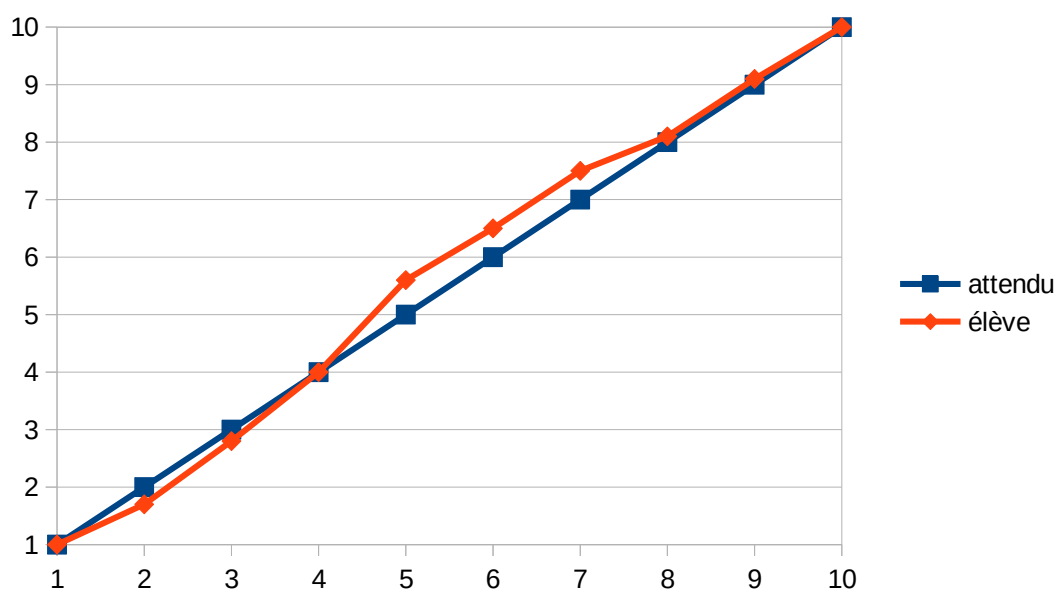


Figure 65: Courbe typique de "proche de la courbe" dans le placement des nombres de 1 à 10, pour un élève de CE2.

Les résultats tendent à nous montrer que le cadre de la neuropsychologie, seul, ne nous permet pas de comprendre l'ensemble des résultats obtenus. En effet, même si en termes de moyenne, nous obtenons des résultats proches de ce qui pouvait être attendu, du fait que les courbes sont linéaires avec une tendance à la sous-estimation, nous pouvons remarquer que les élèves étant en difficulté dans l'accès au nombre, n'utilisent pas en priorité leur sens approximatif du nombre pour résoudre le problème. Ainsi, nous n'avons obtenu pour aucun des élèves une courbe de type logarithmique, et ce même si les nombres étaient représentés en par

des nuages de points. En effet, nous avons pu le voir, les élèves utilisent le sens exact du nombre en priorité et, pour certains ils peuvent modifier de stratégie et utiliser le sens approximatif du nombre soit parce qu'ils sont face à une incohérence, comme nous avons pu le voir pour le profil du « Z à l'envers » soit parce qu'ils prennent une certaine assurance dans l'exercice et s'autorise à lâcher le sens exact, qui est plus rassurant pour les élèves. En ce sens, les élèves en difficulté dans l'exercice n'ont pu se détacher de ce sens exact du nombre puisque même si l'exercice était présenté avec les nuages de points ils dénombreraient les points revenant à une représentation exacte du nombre. Nous pouvons également noter que le nombre 5 et ceux qui sont proches (4 et 6) sont souvent des nombres clés pour les élèves, dans le sens où un basculement peut s'opérer sur ces nombres, comme nous avons pu le voir avec certains profils comme le profil en « Z à l'envers », celui de l'« enlacement », ou encore celui de la « sous-estimation ». Ce nombre 5 correspond à la moitié des quantités représentées, ainsi certains élèves font le lien entre la quantité 5 qui est la moitié de la quantité 10 et partagent donc la ligne numérique en deux pour pouvoir placer ce nombre 5 proche de cette moitié.

6.3.2 Ligne numérique de 1 à 100

Les résultats de cet exercice révèlent un profil de courbe plutôt similaire entre les deux groupes, mais les résultats des élèves d'ULIS-TFC sont plus éloignés de la courbe attendue que ceux des élèves de CE2. Les élèves d'ULIS-TFC ont des résultats qui peuvent s'apparenter à une courbe logarithmique dans un premier temps, avec une sur-estimation du placement des quantités sur la ligne numérique puis un basculement a lieu à partir du nombre 70 avec une sous-estimation de leur placement. Les élèves de CE2 ont une courbe assez similaire mais nettement plus proche de la courbe attendue avec une sur-estimation du placement des quantités jusqu'à 40 environ, puis un placement très proche de la courbe pour les quantités comprises entre 40 et 60, et enfin comme pour les élèves d'ULIS-TFC nous remarquons une sous-estimation du placement des quantités à partir du nombre 70. Les résultats ne correspondent pas entièrement à ce qui pouvait être attendu, en effet la courbe de type algorithmique attendue essentiellement chez les élèves d'ULIS-TFC n'est visible que chez trois élèves. Quant au CE2, leurs résultats sont plus proches de la courbe attendue, mais ils ne sont pas linéaires comme nous l'avions suggéré en analyse a priori.

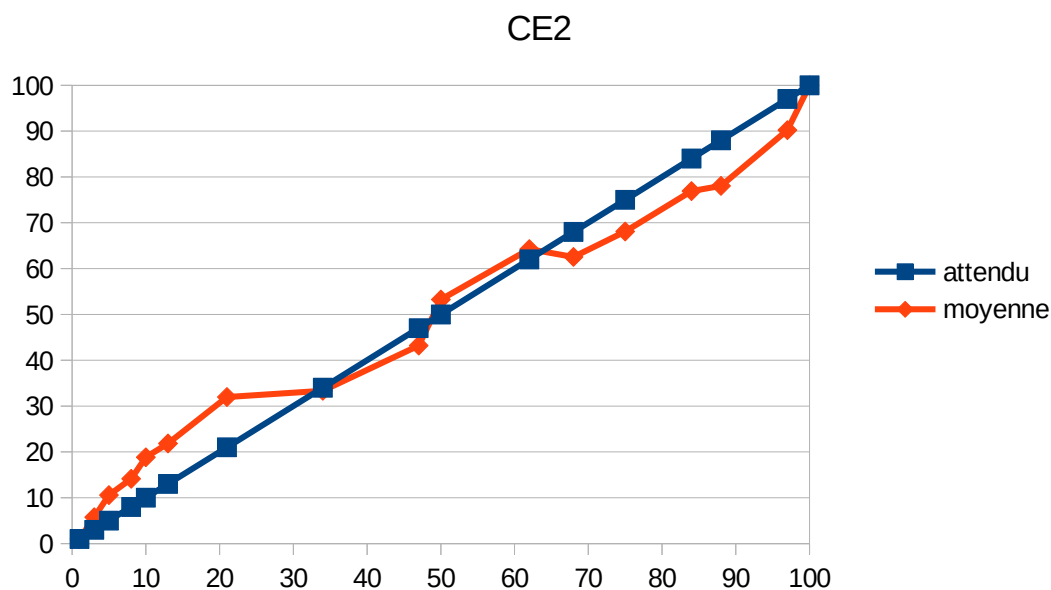


Figure 66: Courbe présentant les résultats moyens des élèves de CE2 dans la tâche de représentation spatiale des nombres allant de 1 à 100.

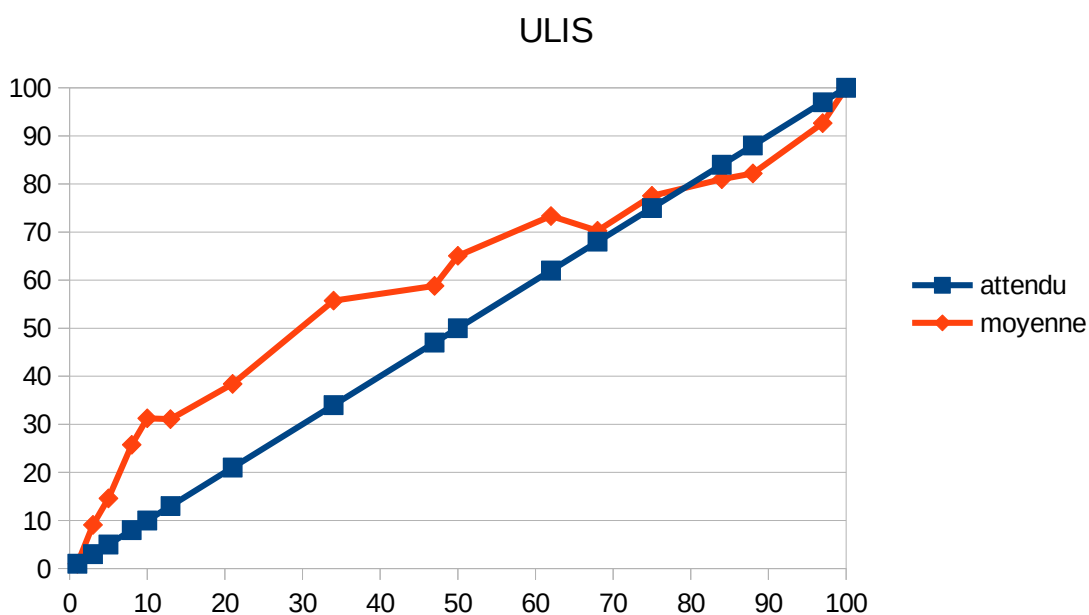


Figure 67: Courbe présentant les résultats moyens des élèves d'ULIS-TFC dans la tâche de représentation spatiale des nombres allant de 1 à 100.

Pour cet exercice tous les résultats des élèves de CE2 ont pu être traités, mais dix-sept élèves d'ULIS-TFC n'ont pu être traités du fait d'une trop grande incohérence. En effet parmi ces dix-sept élèves onze n'ont pu terminer l'exercice et six ont des résultats en « dents de scie ». Parmi les onze qui n'ont pu finir l'exercice se trouve les cinq étant en difficulté pour les nombres de 1 à 10. Pour les six autres élèves en grande difficulté, le problème ne provient pas

d'une mauvaise compréhension de la métaphore de la ligne numérique puisqu'ils avaient réussi l'exercice proposé avant. Simplement, certains de ces élèves se sont retrouvés en difficulté sur les nombres irréguliers ou d'autres plus petits mais qui n'étaient pas maîtrisés, pour d'autres ils connaissaient bien les nombres, mais ils s'attachaient au sens exact du nombre sans pouvoir moduler leur stratégie. Prenons l'exemple d'un élève représentant typiquement cette difficulté. Cet élève comptait de 1 en 1 en marquant des écarts réguliers, simplement lorsque les plus grands nombres arrivèrent il se trouva en difficulté puisque la récitation de la suite numérique l'avait fait « sortir » de la ligne numérique. Dans ces cas-là, l'élève demandait au chercheur : « Est-ce que je peux le mettre là le nombre ? », le chercheur lui remontrait la ligne numérique avec les extrémités et lui disait « Ici c'est 100, toi tu voudrais placer ce nombre plus loin, il est donc plus grand que 100, qu'en penses-tu ? » et l'élève se retrouvait dans l'impossibilité de répondre, il était face à une incohérence, mais ces connaissances étaient insuffisantes pour pouvoir résoudre ce problème. La tâche a été stoppée pour cet élève, voyant que la procédure ne se modifiait pas au cours des nombres proposés. Ce fut le cas pour d'autres élèves en échec dans cette situation.

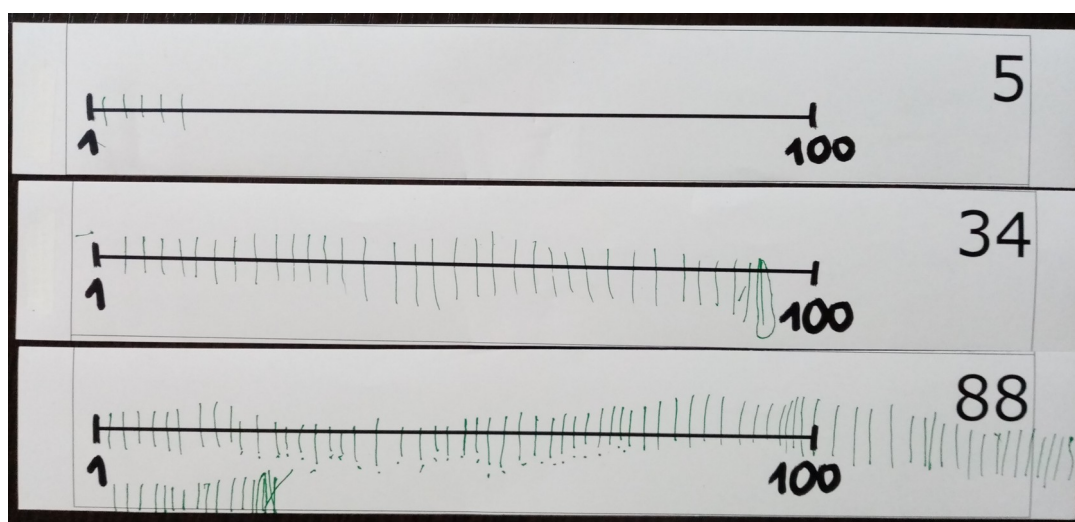


Figure 68: Exemple d'une stratégie infructueuse utilisant le sens exact du nombre.

À ces onze élèves n'ayant pu finir l'exercice, nous devons ajouter six autres élèves d'ULIS-TFC pour lesquels les résultats ne peuvent pas être pris en compte correctement dans l'analyse de cet exercice puisque leurs résultats font preuve d'une trop grande incohérence pour être utilisé correctement dans l'analyse. Ces six élèves d'ULIS présentant un profil en « dents de scie » semblent comprendre la métaphore de la ligne numérique, mais ils ne sont pas en mesure d'utiliser leurs connaissances sur le nombre pour résoudre cet exercice. Souvent ces

élèves s'appuient sur le sens exact du nombre, comme pour l'élève décrit précédemment qui était en échec. Sauf que dans leurs cas, les élèves essaient de développer d'autres stratégies, par exemple certains tentent de compter de 10 en 10 pour atteindre la bonne dizaine puis ils comptent de 1 en 1 pour atteindre le nombre cible. Simplement lorsque les élèves procèdent ainsi, ils ne modifient pas l'écart qu'ils font quand ils comptent de 10 en 10 ou de 1 en 1. Certains semblent parfois ne prendre en compte qu'un seul des deux chiffres composant le nombre, par exemple pour le nombre 84 un élève ne prend en compte que le 8. D'autres parfois ont oublié qu'ils sont passés sur une ligne numérique allant de 1 à 100, ainsi les nombres inférieurs à 10 semblent être placés comme si la ligne numérique allait de 1 à 10 mais quand les nombres sont supérieurs à 10, ils raisonnent de nouveau en ligne numérique allant de 1 à 100.

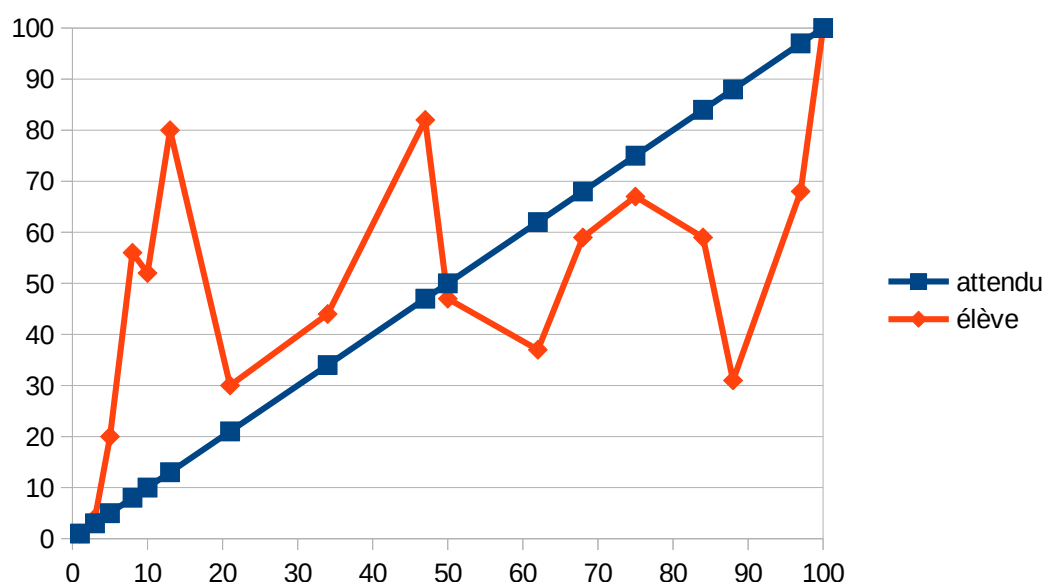


Figure 69: Courbe typique en "dents de scie" pour le placement des nombres de 1 à 100, pour un élève d'ULIS-TFC.

Ainsi l'analyse des résultats portent sur 15 élèves d'ULIS-TFC sur 32 et les 24 élèves de ce CE2. Pour cet exercice les stratégies employées par les élèves peuvent se retrouver dans celles employées dans l'exercice précédent avec un fonctionnement similaire de la part des élèves les mettant en œuvre, mais de nouveaux profils apparaissent. De plus, nous pouvons noter qu'il existe des stratégies mises en place par les élèves d'ULIS-TFC qui ne seront pas utilisées par les élèves de CE2. L'ensemble de ces stratégies est répertorié dans le tableau ci-dessous.

Tableau 12 : Tableau présentant les différentes stratégies utilisées par les élèves de CE2 et d'ULIS-TFC pour placer les nombres sur la ligne numérique de 1 à 100.

	Avec des pics prononcés				Sans pic prononcé	
	Enlacement à 1 bascule	Enlacement à plusieurs bascules	Sous-estimation	Sur-estimation	Courbe algorithmique	Courbe enlacée proche
ULIS	3	2	0	2	3	5
CE2	3	1	2	0	0	18
Total	6	3	2	2	3	23

Les élèves ont dans l'ensemble fait appel au sens approximatif du nombre, estimant la position du nombre sur la ligne numérique. Nous pouvons préciser qu'au moins deux élèves imaginaient la place du nombre 50 la pointant du doigt, au milieu de la ligne numérique et plaçaient ensuite le nombre cible en fonction de sa position entre le 1 et le 50 s'il était inférieur à 50 et entre le 50 et 100 si le nombre est supérieur à 50. Certains élèves sont plus en difficulté pour utiliser ce sens approximatif du nombre, dans ce cas ils utilisent davantage leur sens exact du nombre, pour cela ils comptent de 10 en 10 jusqu'à atteindre la bonne dizaine puis compte de 1 en 1. Ces élèves peuvent développer un certain sentiment de confiance en eux lâchant au cours de la passation ce sens exact pour utiliser le sens approximatif. Lorsque les élèves utilisent le sens approximatif du nombre, ils estiment la place du nombre sur la ligne et place « intuitivement » le nombre. Dans ces cas-là, nous ne voyons pas quels sont leurs critères pour estimer la place du nombre, mais nous observons qu'ils sont attentifs à la longueur de la ligne numérique et aux extrémités.

Les élèves utilisant peu le sens approximatif du nombre sont davantage dans un des profils contenant des pics. Ces pics correspondent à un écart important entre le nombre piqué et les nombres inférieurs et supérieurs qui l'entourent. Nous avons pu distinguer plusieurs profils : l'enlacement contenant une seule bascule, l'enlacement comportant plusieurs bascules oscillant entre une sur-estimation et une sous-estimation, une tendance générale à la sous-estimation ou une tendance générale à la sur-estimation. Le profil d'enlacement à une bascule a le même profil que la courbe présentant les moyennes des élèves d'ULIS-TFC, à savoir une sur-estimation de l'emplacement des nombres sur la ligne numérique, pour cinq élèves se produit autour des quantités 60/70, un seul élève a une bascule à partir du nombre 50. Une fois que les élèves basculent, ils passent ensuite en sous-estimation.

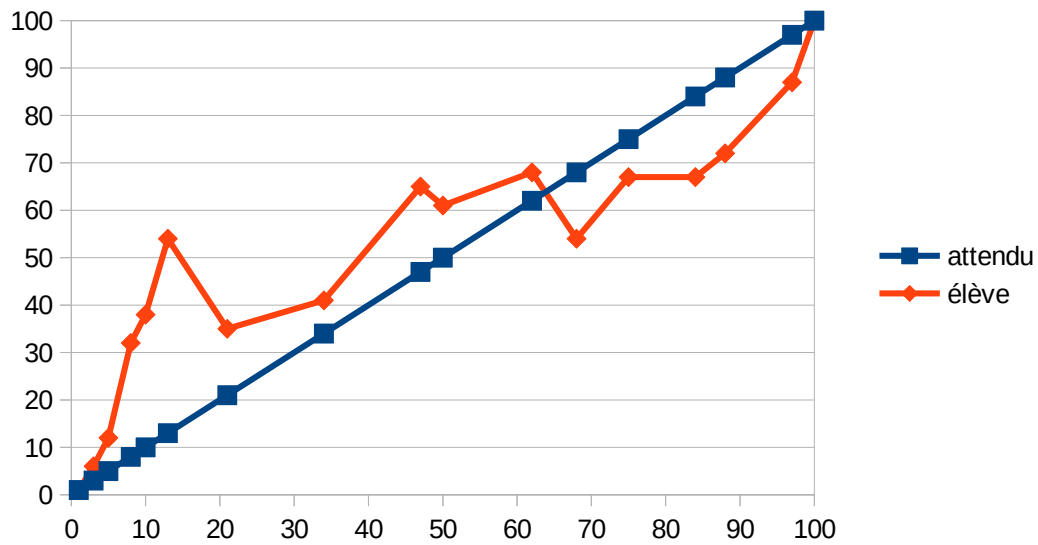


Figure 70: Courbe typique en "enlacement une bascule" pour le placement des nombres de 1 à 100, pour un élève d'ULIS-TFC.

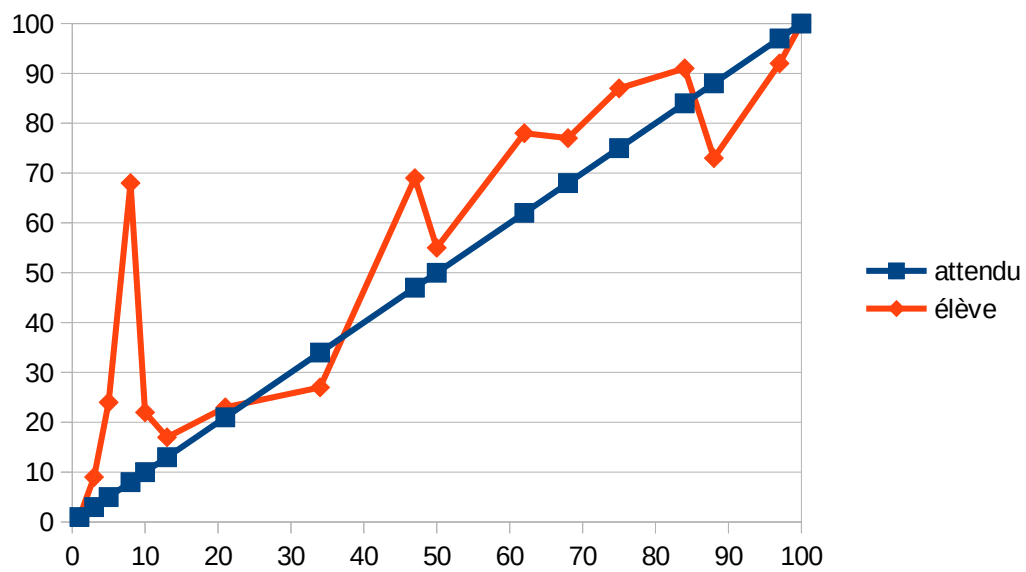


Figure 71: Courbe typique en "enlacement à plusieurs bascules" pour le placement des nombres de 1 à 100, pour un élève d'ULIS-TFC.

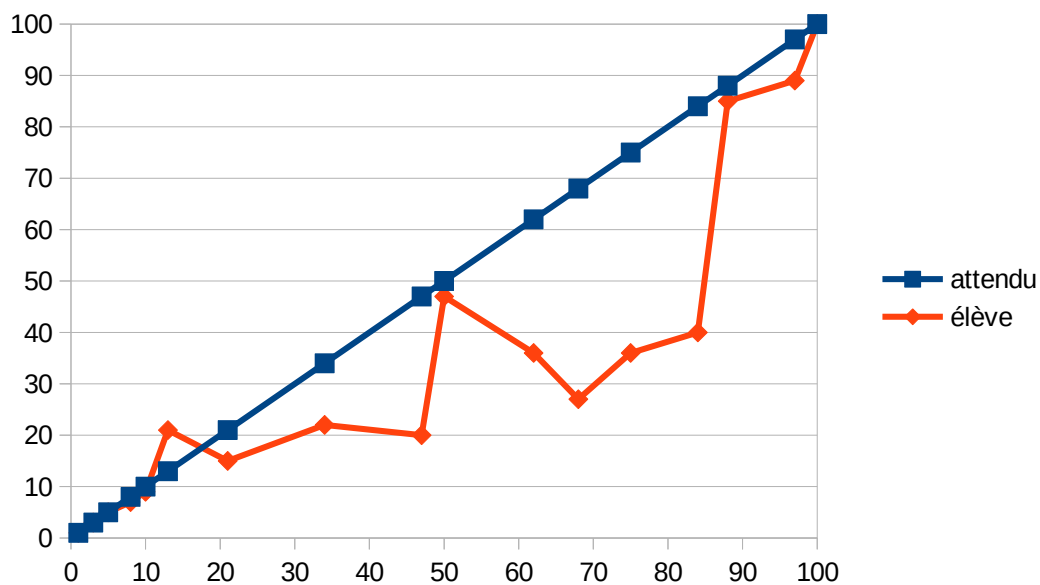


Figure 72: Courbe typique en "sous-estimation" pour le placement des nombres de 1 à 100, pour un élève de CE2.

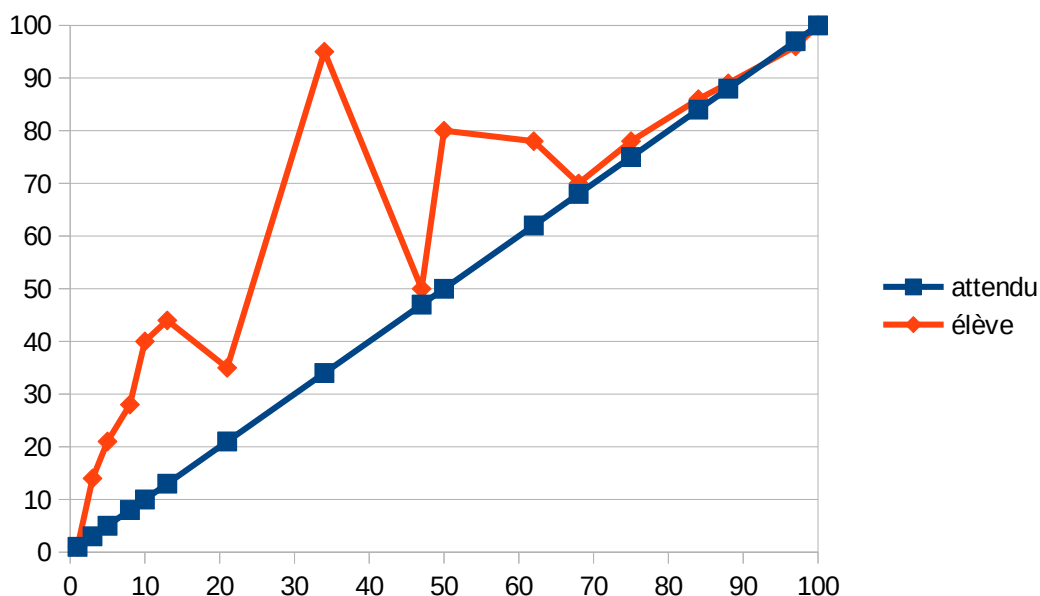


Figure 73: Courbe typique en "sur-estimation" pour le placement des nombres de 1 à 100, pour un élève d'ULIS-TFC.

Parmi les élèves ayant une courbe logarithmique, nous pouvons noter que deux des élèves ne maîtrisent pas la numération jusqu'à 100, cependant les trois élèves s'appuient sur le sens approximatif des nombres. Aucun de ces élèves ne cherche à compter pour trouver l'emplacement exact des nombres. Nous pouvons préciser que pour une élève, il y a un pic

descendant correspondant au nombre 50. Cette élève place le nombre 50 proche de la courbe attendue, elle fait donc appel à une connaissance approximative très précise de ce nombre.

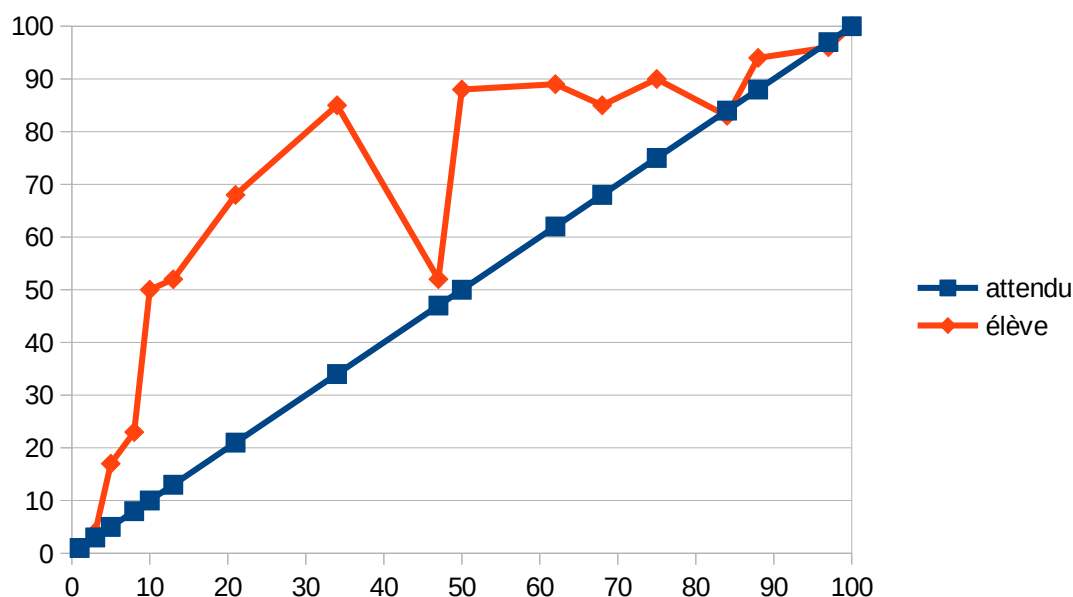


Figure 74: Courbe typique en "algorithmique" pour le placement des nombres de 1 à 100, pour un élève d'ULIS-TFC.

Sur cet exercice nous pouvons voir une différence entre les élèves d'ULIS-TFC et les élèves de CE2 notamment sur les profils plus proches de la courbe attendue. En effet, ces profils expliquent une large majorité des résultats obtenus par les élèves de CE2, à savoir vingt élèves sur vingt-quatre. Alors que ces profils n'expliquent que cinq résultats d'élèves d'ULIS-TFC sur quinze. Ces élèves utilisent majoritairement le sens approximatif du nombre. Parmi ces élèves, six sont sur un profil de sous-estimation des petites quantités puis une sur-estimation des grandes quantités, cinq sont en CE2 et un en est ULIS-TFC. Les dix-sept autres élèves ont le profil inverse, c'est-à-dire qu'ils sont en sur-estimation des petites quantités et en sous-estimation des grandes quantités, quatre sont des élèves d'ULIS-TFC et treize sont des élèves de CE2. Pour quatorze élèves, ces courbes s'enlacent avec plusieurs bascules, contre neuf pour qui elles s'enlacent avec une seule bascule.

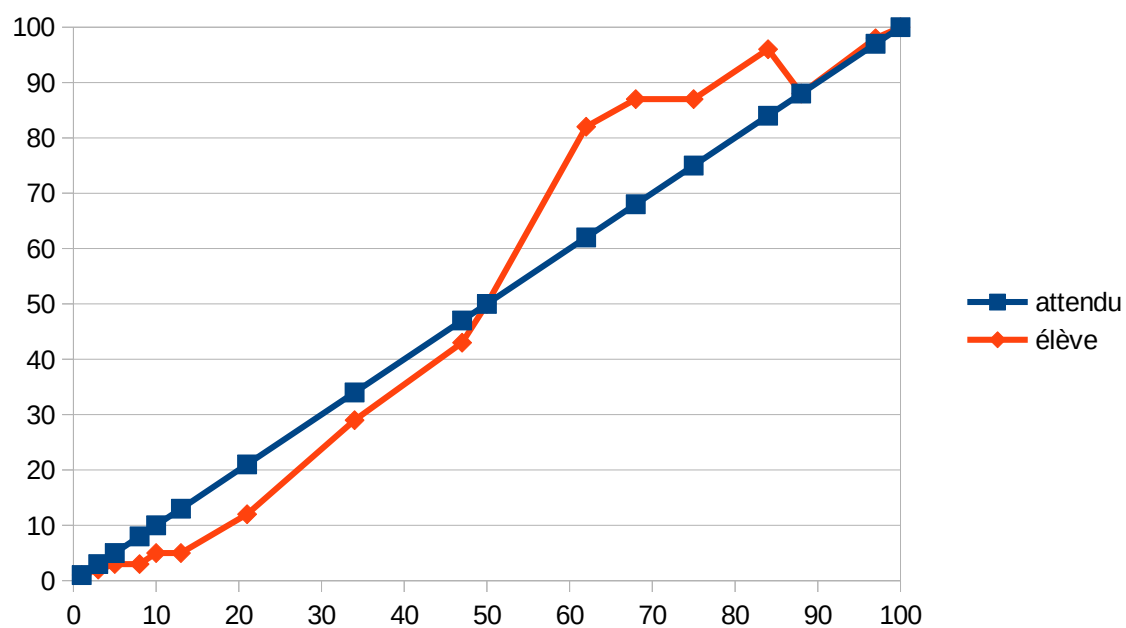


Figure 75: Courbe typique "enlacement proche" sous-estimation puis sur-estimation pour le placement des nombres de 1 à 100, pour un élève de CE2.

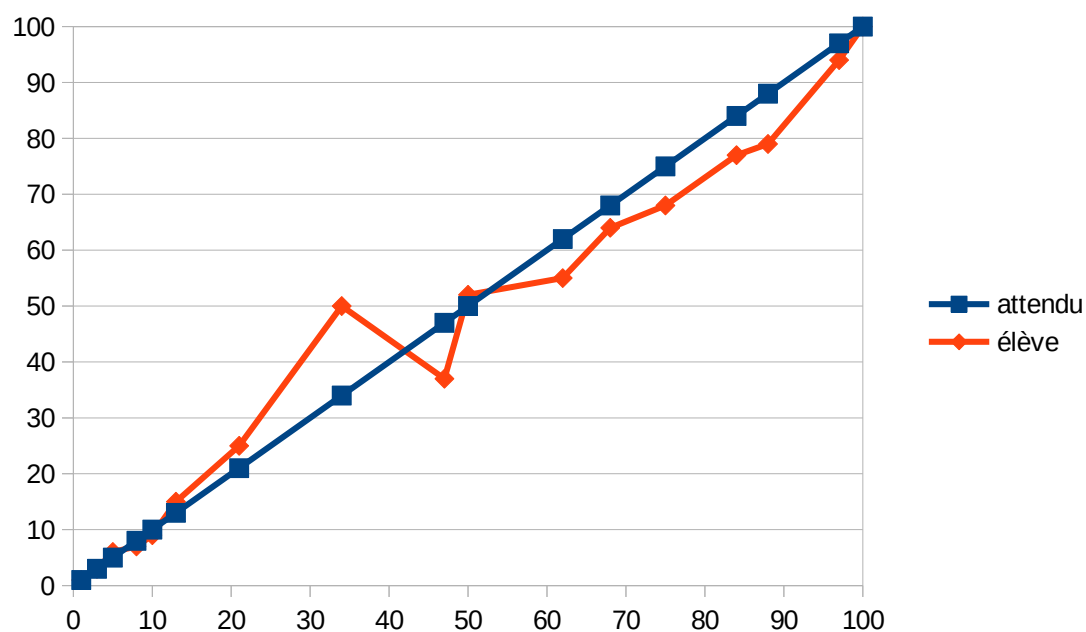


Figure 76: Courbe typique "enlacement proche" sur-estimation puis sous-estimation pour le placement des nombres de 1 à 100, pour un élève de CE2.

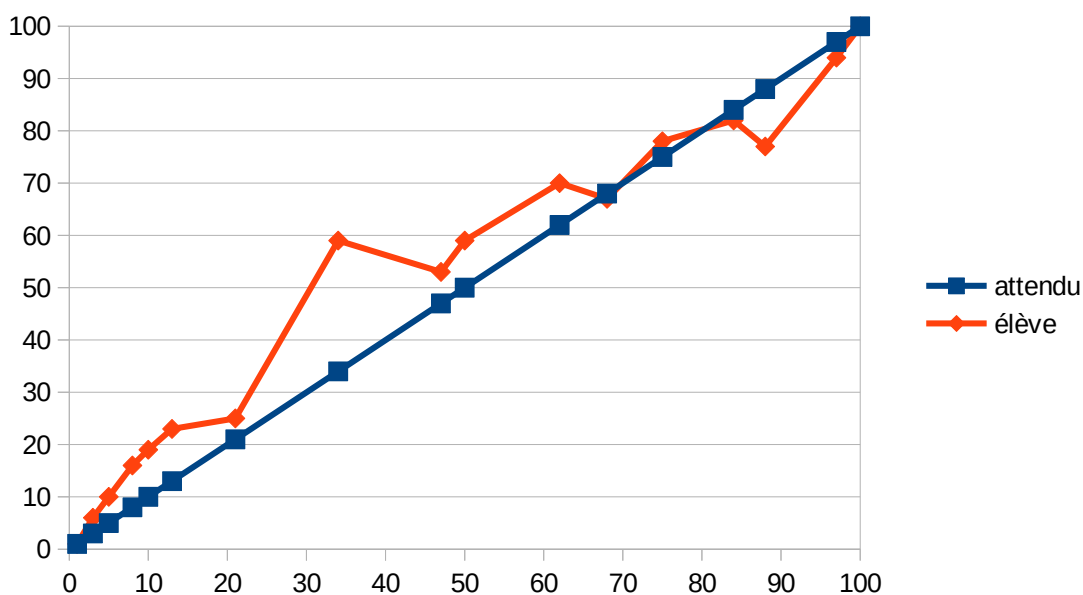


Figure 77: Courbe typique "enlacement proche" sur-estimation puis sous-estimation pour le placement des nombres de 1 à 100, pour un élève d'ULIS-TFC.

Les résultats tendent à nous montrer que le cadre de la neuropsychologie, seul, ne nous permet pas de comprendre l'ensemble des résultats obtenus. En effet, environ la moitié des élèves d'ULIS-TFC n'ont pas pu réaliser cet exercice et parmi ceux qui ont pu le faire, très peu d'élèves ont obtenu une courbe de type logarithmique. De plus, concernant les élèves de CE2, même s'ils sont plus nombreux à réussir l'exercice, nous n'avons pas de courbe linéaire comme ce qui était prévu mais plutôt une courbe qui enlace celle attendue. Nous avons pu voir, que certains élèves utilisent encore le sens exact du nombre en priorité mais, pour quelques-uns d'entre eux, ils peuvent modifier de stratégie et utiliser le sens approximatif du nombre soit parce qu'ils sont face à une incohérence, comme nous avons pu le voir dans la description des comportements, soit parce qu'ils prennent une certaine assurance dans l'exercice et s'autorise à lâcher le sens exact, qui est plus rassurant pour les élèves. Nous pouvons également noter que le nombre 50 joue un rôle clé pour quelques élèves, dans le sens où un basculement peut s'opérer autour de ce nombre, voir il peut engendrer un pic dans les réponses où celui-ci est placé très proche par rapport à ce qui est attendu. Ce nombre 50 correspond à la moitié des quantités représentées, ainsi certains élèves font le lien entre la quantité 50 qui est la moitié de la quantité 100 et partagent donc la ligne numérique en deux pour pouvoir placer ce nombre 50 proche de cette moitié.

6.3.3 Représentation spatiale et sens exacte ou estimé du nombre

En s'appuyant sur le cadre de la neuropsychologie, nous aurions pu penser que les élèves, auraient utilisé plus facilement le sens approximatif du nombre que le sens exact, puisque celui-ci serait accessible dès le plus jeune âge et sans apprentissage. Or, le sens approximatif du nombre engendre des difficultés non négligeables de compréhension et d'utilisation chez les élèves, et notamment chez les élèves en situation de handicap. En effet, les élèves semblent plus rassurés quand ils sont confrontés à des tâches utilisant le sens exact du nombre comparées à des tâches utilisant le sens approximatif. Ceci est d'autant plus visible chez les élèves d'ULIS-TFC comparés aux élèves de CE2. En effet, pour la tâche de représentation spatiale des nombres, pouvant se résoudre par le sens exact ou par le sens approximatif, et pour laquelle la situation ne les contraint pas à utiliser l'un ou l'autre de ces sens, et l'adulte ne formulant aucune demande explicite sur le sens à utiliser, alors nous remarquons que les élèves d'ULIS-TFC emploieront en priorité le sens exact. Ceci leur apporterait un cadre plus rassurant, une structure pour penser qui est plus maîtrisable. Les élèves font donc un choix qui se rapporte, pour la majorité sur le sens exact du nombre pour les lignes numériques allant de 1 à 10 et de 1 à 100. En effet, assez peu d'élèves d'ULIS-TFC sont capables de changer de procédure pour utiliser le sens approximatif. Cependant si les élèves arrivent à utiliser ce sens alors ils sont davantage en réussite que s'ils maintiennent leur raisonnement avec le sens exact. Chez les élèves de CE2, nous retrouvons un profil similaire, mais ceux-ci passent plus facilement d'un sens à l'autre du nombre, surtout dans ce type de situation où rien ne les guide sur lequel de ces deux sens est le plus efficace pour résoudre la tâche.

De plus le cadre de la neuropsychologie montre que nous avons une tendance à la sous-estimation plus qu'à la sur-estimation lorsque nous estimons le placement des quantités. Mais, les élèves construisant un sens exact du nombre peuvent sur-estimer les petites quantités puisque visuellement il y a plus de différence entre les quantités 2 et 3 qu'entre les quantités 9 et 10. Cependant les analyses de la tâche de représentation spatiale semblent montrer que cette distinction ne serait pas si évidente. En effet, la taille de la ligne numérique aurait un effet plus important sur cette estimation comparée à l'effet construction ou non du nombre dans son sens exact. En ce sens, les élèves, quel que soit leur groupe, ont une tendance à sous-estimer les petites quantités quand la ligne numérique va de 1 à 10, alors que la majorité des élèves ont une tendance à sur-estimer ces petites quantités quand la ligne numérique va de 1 à 100. Dans nos

résultats, nous percevons davantage cette tendance en fonction de la taille de l'ensemble numérique et moins si nous observons les résultats au regard de la maîtrise ou non du sens exact du nombre. De plus, nous pouvons préciser que les élèves ayant acquis un sens précis du nombre peuvent utiliser cette connaissance pour les nombres particuliers, comme celui représentant la moitié de l'ensemble numérique, et ce même si pour les autres nombres ils utilisent le sens approximatif. En effet, nous avons pu voir au cours de l'analyse, que ce soit pour la ligne numérique de 1 à 10 avec le nombre 5, ou pour la ligne numérique allant de 1 à 100 avec le nombre 50, que certains élèves vont avoir des pics ou des basculements d'estimation à partir de cette quantité, qui est, dans ces cas-là placer au plus près de la courbe attendue.

6.4 Analyse tâches scolaires versus tâches non scolaires

Les résultats obtenus au cours de la passation des différentes tâches du protocole tendent à montrer que la différence de réussite entre les tâches scolaires et les tâches non scolaires est plus complexe que ce qui aurait pu être attendu. En effet, nous n'observons pas une dichotomie entre des tâches scolaires qui seraient mieux réussies par les élèves de CE2 comparés aux élèves d'ULIS-TFC et des tâches non scolaires qui seraient réussies de manière équivalente entre les élèves des deux groupes.

Cependant l'analyse des résultats concernant les tâches non scolaires sont relativement conformes à ce qui peut être attendu puisqu'elles plutôt sont réussies de manière équivalente par les élèves quel que soit leur groupe. Pour la tâche d'énumération comme pour la tâche d'approximation et comparaison des quantités. Nous pouvons rappeler, concernant la tâche d'énumération que les stratégies mises en place diffèrent selon les groupes. En effet, les élèves d'ULIS-TFC semblent moins bien structurer l'espace comparés aux élèves de CE2. Mais cette structuration moins performante ne semble pas limiter le contrôle que ces élèves ont sur cette tâche puisque nous sommes confrontés à des élèves qui sont davantage capables de verbaliser la fin de tâche comparés aux élèves de CE2.

Cependant l'analyse des tâches secondaires est moins conforme à l'attendu pour les tâches scolaires. Elles peuvent dans certaines conditions, être mieux réussies par les élèves d'ULIS-TFC que par les élèves de CE2, ce qui est le cas pour la tâche de calculs exacts. Une des conditions nécessaire à cette réussite serait la reconnaissance de la situation comme étant

référente ou l'association de la situation proposée à la situation faisant référence pour ces élèves. Cette hypothèse sera davantage développée au cours de la partie suivante « Discussion ». Pour rappel 12 élèves d'ULIS-TFC sur 25 ont été en difficulté pour résoudre la tâche de calculs exacts dans sa forme initiale. Ce n'est qu'une fois la forme de la tâche modifiée, qu'elle a pu être reconnue par les élèves leur permettant de mettre en place des stratégies adaptées pour résoudre la tâche. Lorsque les tâches scolaires peuvent être résolues par les deux publics quelle que soit la forme présentée, alors nous pouvons noter que les stratégies mises en place par les élèves d'ULIS-TFC sont plus primitives que celles employées par les élèves de CE2. En ce sens, nous entendons qu'elles offrent un fort contrôle des étapes de résolution, contrôle digital le plus souvent. Ces stratégies sont le plus souvent apprises et entraînées permettant aux élèves d'optimiser leurs chances de réussir la tâche. Les élèves de CE2, quant à eux, vont davantage employer des stratégies offrant un moindre contrôle correspondant à des stratégies mentales sans contrôle digital. Ces stratégies peuvent engendrer un nombre plus important d'erreurs comparées à celles employées par les élèves d'ULIS-TFC, mais elles ont l'avantage de pouvoir être utilisé sur des quantités plus importantes. En effet, la plus grande réussite des élèves d'ULIS-TFC, dans la tâche de calculs exacts, n'aurait certainement pas été effective si la tâche avait été composée de nombres plus importants, notamment des nombres supérieurs à 10. Cette nécessaire transformation de la situation initiale présentée n'a pas été utile pour la tâche de dénombrement puisque celle-ci correspondait déjà de par sa présentation à une situation référente pour les élèves d'ULIS-TFC, mais nous pouvons préciser que quelques élèves d'ULIS-TFC ont demandé confirmation quant à la procédure à suivre pour répondre à la question, à savoir s'il fallait bien compter les points.

La tâche de représentation spatiale des nombres est une tâche particulière puisqu'elle relève du non scolaire, mais elle implique l'utilisation de la numération qui s'apparente à une tâche scolaire. En ce sens, nous pouvions nous attendre à une plus grande réussite de la part des élèves de CE2, cependant nous notons que le groupe auquel appartiennent les élèves n'est pas le premier élément expliquant la différence des résultats. En effet l'analyse tend à montrer que la taille de la ligne numérique serait également un facteur à prendre en compte, puisque les résultats sont sensiblement similaires pour les deux groupes, pour la ligne numérique allant de 1 à 10 alors qu'ils diffèrent en partie pour la ligne numérique allant de 1 à 100. Dans le cas de la ligne numérique allant de 1 à 10, les stratégies mises en place par les élèves sont similaires, et ce, pour les deux groupes. Cependant, nous pouvons préciser que sur 51 élèves, les trois élèves les plus précis sont tous au CE2 et que les trois élèves les moins précis sont tous en

ULIS-TFC. Pour la ligne numérique allant de 1 à 100, nous pouvons noter que les élèves de CE2 ont un sens approximatif du nombre plus précis que les élèves d'ULIS-TFC, ils obtiennent dans l'ensemble de meilleurs résultats puisque sur 24 élèves 18 ont une courbe proche de celle attendue sans pic prononcé. Ceci est d'autant plus important qu'un peu moins de la moitié des résultats des élèves d'ULIS-TFC ont pu être analysés (pour rappel, il n'a été analysé que 15 résultats d'élèves d'ULIS-TFC sur 32) alors que les résultats de tous les élèves de CE2 ont pu être analysés. Parmi l'ensemble des résultats analysés des élèves d'ULIS-TFC nous ne pouvons pas noter un profil qui serait majoritaire, en effet pour chacun des profils visibles, seul un petit nombre d'élèves les partagent.

Cette tâche semble être traitée différemment des autres, en effet pour les élèves d'ULIS-TFC, elle serait plutôt perçue comme une tâche scolaire alors que pour les élèves de CE2, elle semble davantage perçue comme une tâche non scolaire. Concernant les élèves d'ULIS-TFC, cette tâche semble les placer dans une posture inconfortable faisant appel à la fois à des connaissances numériques précises et maîtrisées pour la ligne numérique allant de 1 à 10, et à des connaissances numériques précises mais plus fragiles pour la ligne numérique allant de 1 à 100. De plus, dans cette tâche, aucune indication explicite ne précise le sens du nombre à privilégier pour résoudre la situation, à savoir le sens plutôt approximatif ou le sens précis. Ces éléments ne semblent pas affecter les élèves de CE2 de la même manière, en effet ils semblent plus à même de faire fonctionner l'un ou l'autre des sens du nombre en fonction de la taille de la ligne numérique ou de l'habitude prise au cours de la passation de cette tâche. Seulement, les procédures utilisées sont plus tâtonnantes, moins sûres que celles mises en place dans les autres situations scolaires, ce qui ne signifie pas qu'elles sont inefficaces ou fausses puisque nous avons pu le voir, notamment pour la ligne numérique de 1 à 100, que leurs résultats sont proches de la courbe attendue.

Chapitre 7 Discussion

Au cours de cette discussion, les résultats sont pris de manières transversales et sont regardés avec plus de recul selon quatre perspectives. Dans un premier temps, nous nous attacherons à observer les résultats obtenus selon le sens approximatif du nombre comparé au sens exact. Puis nous les évoquerons selon le spectre des tâches scolaires et des tâches non scolaires. Ensuite nous les observerons selon la population, à savoir les élèves en situation de handicap comparé aux élèves dits « ordinaires ». Enfin nous discuterons de l'analyse des résultats au regard des différents cadres théoriques convoqués et mis en tension.

L'analyse des résultats obtenus par certains élèves à deux tâches du questionnaire interroge la relation entre la conception approximative du nombre et la conception exacte, et l'utilisation de ces deux conceptions. Ces deux tâches font appel au sens approximatif du nombre, la première concerne la tâche d'approximation et de comparaison des quantités dont l'utilisation du sens de l'approximation est nécessaire et est contraint par la forme même de la tâche, la seconde concerne la représentation spatiale des nombres dont l'utilisation du sens de l'approximation n'est ni nécessaire ni contrainte par la forme de la tâche. D'après les apports de la neuropsychologie (Dehaene, 2008), nous comprenons que le sens approximatif du nombre et le sens exact sont deux sens distincts du nombre. Les données analysées tendent à montrer que ces deux sens du nombre sont bien perçus comme deux conceptions différentes, mais l'utilisation qui en est faite par les élèves est moins attendue.

Considérons dans un premier temps la tâche d'approximation et de comparaison des quantités. Celle-ci semble incomprise pour 12 élèves sur 56 dont 10 sont en ULIS-TFC et 2 en CE2. Pourquoi cette tâche est-elle restée inaccessible à ces élèves malgré de nombreuses reformulations de la part du chercheur ? Ces élèves comprennent la tâche de comparaison lorsque deux collections simples leur sont présentées, comme dans l'épreuve du pré-test. Mais ils se trouvent en échec lorsqu'ils doivent estimer, fusionner deux collections simples puis comparer cette nouvelle collection à une autre collection, comme c'est le cas pour la tâche

d'approximation du questionnaire. Quels sont les obstacles à la compréhension et à l'utilisation du sens approximatif du nombre dans cette tâche ? Cette difficulté rencontrée par ces élèves est d'autant plus surprenante que Pica et ses collaborateurs (2004) expliquaient que la tâche d'approximation était mieux réussie par les Indiens Mundurucus, lorsqu'elle était présentée dans sa forme adoptée pour le questionnaire plutôt que présentée sous la forme de deux collections simples à comparer. Nous ne pouvons émettre que des hypothèses quant à ces difficultés, mais celles-ci ne seraient pas uniquement liées à la situation de handicap puisque deux élèves dits « ordinaires » partagent également cet échec, et nous pouvons préciser que ces deux élèves ne présentent pas de difficultés particulièrement marquées en arithmétiques. Une des hypothèses que nous avancerons pour tenter de mieux comprendre ce constat implique les cadres théoriques de la didactique et de la psycho-cognition. Cette hypothèse consiste à argumenter le fait que le sens d'approximation du nombre n'étant pas enseigné à l'école, les élèves et notamment les élèves en situation de handicap peuvent se retrouver en plus grande difficulté pour s'y référer par rapport au sens exact du nombre, qui deviendrait donc plus facilement compréhensible et maîtrisable pour ces élèves. En effet, aucune procédure explicite, permettant aux élèves d'estimer la quantité d'une collection n'est enseignée. Cette aptitude est convoquée dans certains types d'exercices, mais sa méthodologie n'est pas enseignée, contrairement au dénombrement dont les procédures peuvent être explicitement enseignées et entraînées. L'enseignement du nombre s'appuie sur le sens exact de celui-ci, en ce sens nous pouvons rappeler que d'un point de vue historique la construction du nombre aurait mis 3000 ans et dont le sens de l'approximation en est en parti exclu.

Nous pouvons également enrichir cet argument avec la deuxième tâche impliquant le sens approximatif du nombre : celle de la représentation spatiale. Lorsque la tâche proposée ne cadre pas le sens du nombre à utiliser pour la résoudre, alors les élèves d'ULIS-TFC semblent préférer utiliser le sens exact du nombre, même quand celui-ci semble plus contraignant et moins efficace que le sens de l'approximation. Ce constat peut sembler inattendu si l'on se place du point de vue de la neuropsychologie, puisque le sens d'approximation du nombre étant présent sans nécessité d'apprentissage, nous pourrions penser qu'en situation de choix il serait préféré, et ce d'autant plus s'il permet d'être plus efficace pour résoudre la tâche. Dans la tâche de représentation spatiale des nombres le sens exact s'avère plus coûteux et moins sûr en termes de réussite que le sens de l'approximation, notamment lorsque la ligne numérique va de 1 à 100. Cependant, comme nous avons pu le voir, les élèves d'ULIS-TFC ont une nette préférence pour l'utilisation du sens exact du nombre. Les apports de la psycho-cognition permettraient d'expliquer ce phénomène. Les élèves en situation de handicap, notamment parce

qu'ils ont un déficit en termes de flexibilité mentale (Egron, 2017), seraient plus prompts à utiliser un seul type de stratégie garantissant la réussite, même si celle-ci s'avère longue, coûteuse et fastidieuse, plutôt que d'avoir un panel plus large de stratégies impliquant une nécessaire adaptabilité à la situation. Cette stratégie type est apprise, entraînée, mémorisée pour être reconnue et utilisable dans les diverses situations rencontrées où elle peut être utile. Cette stratégie type a l'avantage, pour ces élèves, d'élever leurs possibilités de réussir la tâche. Prenons un autre exemple, lié au calcul mental, tiré d'une précédente recherche, portant sur les stratégies utilisées par des élèves scolarisés en CLIS⁹ comparés à des élèves de classes ordinaires de CE1 et CE2 pour résoudre des additions et soustractions (Cretin-Maitenaz, 2012). Pour résoudre ces calculs nous pouvons faire appel à de nombreuses stratégies, or chez les élèves en situation de handicap, nous percevons une propension forte à n'utiliser qu'un nombre très limité de stratégies. Ceci est d'autant plus fort que pour une même catégorie d'opérations ils n'utilisent qu'un seul type de stratégie. Par exemple pour résoudre les petites additions, relevant essentiellement des tables d'addition, les élèves en situation de handicap, utiliseront la plupart du temps qu'une seule stratégie, qui est le plus souvent un sur-comptage à partir du plus grand des deux termes (avec contrôle digital ou non de l'ajout du second terme), alors que pour ce type d'additions nous pouvons nous appuyer sur différentes stratégies comme les presque-doubles ($7+8 = 7+7+1$ ou $8+8-1$) ou encore l'utilisation du pivot à 10 ($7+9 = 7+10-1$). Pour ces élèves, comprendre qu'une même « catégorie » d'opérations peut se résoudre par plusieurs stratégies ou qu'une même opération peut se résoudre par plusieurs stratégies, relève sans doute d'un apprentissage explicite au sens où la verbalisation tient une place fondamentale pour lever les implicites, les non-dits qui sont difficilement accessibles aux élèves en situation de handicap. Ce type d'apprentissage est le plus souvent long et dont la réussite et la mémorisation restent incertaines. Ainsi les élèves en situation de handicap semblent plus en confiance lorsqu'ils font appel au sens exact du nombre, et ce d'autant plus si la situation est connue puisque les procédures mises en jeu sont apprises explicitement, entraînées et souvent maîtrisées. Mais, dans certaines situations, ce sens exact du nombre peut être moins pertinent voire inefficace et source d'erreurs comparé au sens d'approximation, cependant si ces situations sont peu maîtrisées et si elles laissent une possibilité d'utiliser le sens exact, alors les élèves d'ULIS-TFC s'attacheraient à ce sens qui les rassureraient puisqu'il a été construit à partir d'un apprentissage explicite. L'absence d'apprentissage méthodologique, explicite est-elle une explication aux difficultés rencontrées par les élèves pour utiliser le sens approximatif

9 Classe pour L'Inclusion Scolaire : nomination du système de fonctionnement précédent les dispositifs ULIS-école (jusqu'en 2015).

du nombre ? L'apprentissage scolaire amenuiserait-il les capacités d'utilisation du sens approximatif du nombre ?

La comparaison des tâches scolaires versus tâches non scolaires entraîne un questionnement suite aux résultats analysés. Nous tenterons, dans un premier temps de développer des hypothèses de compréhension des résultats obtenus pour les tâches scolaires. Notre discussion s'appuie sur les deux tâches scolaires du questionnaire à savoir la tâche de calculs exacts et la tâche de dénombrement. Ces tâches, peuvent être, dans certaines conditions, mieux réussies par les élèves d'ULIS-TFC que par les élèves de CE2, ce qui est le cas pour la tâche de calculs exacts. Comme nous avons pu le mentionner précédemment, une de ces conditions est la reconnaissance de la situation proposée en une situation faisant référence pour les élèves d'ULIS-TFC. En effet, si la tâche scolaire demandée est reconnue par les élèves en situation de handicap, alors ils pourront mettre en œuvre les stratégies, les procédures apprises permettant de la réussir. Si la tâche scolaire présentée n'est pas reconnue, alors ces élèves semblent ne pas comprendre ce qui leur est demandé et se retrouvent en situation d'échec. Ce constat est d'autant plus fort pour les tâches scolaires comparées aux tâches non scolaires, ces dernières ne semblent pas les « déstabiliser » autant par leurs nouveautés. Si nous nous référons aux apports de la didactique et de la psycho-cognition, nous pouvons appuyer cette réflexion. La reconnaissance d'une situation comme situation de référence renvoie au concept d'institutionnalisation définie par Brousseau comme une « *situation qui se dénoue par le passage d'une connaissance de son rôle de moyen de résolution d'une situation d'action, de formulation ou de preuve, à un nouveau rôle, celui de référence pour des utilisations futures* » (Brousseau, 2010). Cette institutionnalisation permet aux élèves de résoudre des situations semblables à la situation de référence sans avoir à reconstruire toute la méthode pas à pas, celle-ci peut être directement utilisée par les élèves telle qu'elle a été apprise. L'institutionnalisation repose en partie par l'accès à l'arrière-plan des situations proposées par l'enseignant. Or cet accès à l'arrière-plan serait délicate pour les élèves d'ULIS-TFC, et ferait défaut pour 12 élèves d'ULIS-TFC sur 25 dans la tâche des calculs exacts. Rappelons que lorsque la tâche est présentée sous sa forme initiale elle n'est pas reconnue par ces 12 élèves alors qu'elle l'est lorsqu'elle est présentée sous sa forme manipulable. Les apports de la psycho-cognition peuvent nous permettre d'expliquer cette difficulté à percevoir l'arrière-plan pour les élèves d'ULIS-TFC. Cette capacité reposerait en partie sur la capacité des élèves à généraliser, permettant ensuite un transfert de ces connaissances à d'autres situations. Les élèves d'ULIS-TFC présentent, pour la majorité des difficultés dans la généralisation et dans l'abstraction. Ainsi, pour ces élèves, deux situations présentées sous des formes différentes

mais traitant toutes deux d'une même connaissance seraient perçues comme étant deux situations relevant de connaissances différentes. Ces élèves étant en difficulté pour généraliser et transférer, il leur est difficile de mettre en exergue les points communs entre des éléments d'apparences différentes. Pour que les élèves puissent percevoir ces points communs, il semble nécessaire que ces derniers aient été verbalisés explicitement par l'enseignant. Ce serait par la verbalisation explicite et répétée de l'enseignant que les élèves d'ULIS-TFC pourraient percevoir la connaissance commune visée. Les élèves de CE2 seraient moins sensibles à la forme donnée à la situation. Ils auraient donc un accès plus efficace à l'arrière-plan des situations rencontrées, leur permettant ainsi une meilleure capacité à généraliser les connaissances et donc à les transférer pour les utiliser dans des situations nouvelles. En effet, ils semblent reconnaître plus facilement la connaissance en jeu quelle que soit la forme donnée à la situation, en ce sens pour la tâche de calculs exacts tous les élèves ont reconnu le savoir en jeu dans la situation présentée sous sa forme initiale.

Pour la tâche de dénombrement, autre tâche scolaire du questionnaire, tous les élèves ont reconnu la situation proposée comme étant une situation faisant référence pour eux. Les élèves sont certainement confrontés à cette situation, avec du matériel divers et suffisamment de fois tant sur le temps scolaire que lors d'activités quotidiennes vécues à l'extérieur de l'école, pour que cette situation soit « à force » généralisée. Ainsi la multiplication des confrontations à une connaissance sous des formes légèrement différentes pourraient, permettre aux élèves de généraliser cette connaissance permettant son utilisation dans des situations présentant des formes nouvelles. Nous pouvons rappeler que l'analyse de cette tâche montrait que 10 élèves sur 24 en CE2, et 22 élèves d'ULIS-TFC sur 32, commettent au moins une erreur de dénombrement au cours de la tâche. Or cette tâche est scolaire est reconnue par les élèves comme une situation faisant référence pour eux, donc les élèves d'ULIS-TFC savent la stratégie à mettre en œuvre pour réussir. Cette stratégie a été apprise et elle est régulièrement entraînée, mais les élèves échouent au moins une fois pour la majorité. Pour expliquer les échecs dans cette situation nous pouvons évoquer deux hypothèses majeures. Le dénombrement fait appel à des schèmes élaborés, impliquant de multiples connaissances et compétences qui peuvent mettre en difficulté les élèves. Nous pouvons rappeler la connaissance et la mémorisation de la suite numérique verbale (Fuson, 1982) ainsi que la connaissance et la mise en place des cinq principes du dénombrement (Gelman & Gallistel, 1978), mais aussi l'ensemble des gestes moteurs à réaliser et à coordonner lorsque la collection comporte des éléments déplaçables. La seconde hypothèse que nous avons déjà pu formuler, est que cette tâche repose sur une connaissance qui est nécessaire à la réussite mais qui est

implicite au sens où cette connaissance est rarement verbalisée au cours de l'enseignement, la connaissance d'énumération. Dans la tâche proposée, la connaissance d'énumération est d'autant plus essentielle que les éléments ne sont pas déplaçables, les élèves ne peuvent donc pas contrôler le dénombrement en écartant physiquement les objets déjà comptés. Ainsi certains élèves échouent à l'utilisation et à la maîtrise de cette connaissance implicite et se retrouve donc en difficulté sur la tâche de dénombrement. La tâche de dénombrement étant habituelle, entraînée de nombreuses fois, de fait cette connaissance d'énumération a été implicitement travaillée, mais elle fait rarement l'objet d'une verbalisation réelle et explicite. Ceci pourrait expliquer pourquoi dans une tâche de dénombrement répétée, la plupart des élèves se retrouvent au moins une fois en échec. Ce constat d'un nombre non négligeable d'élèves en échec et ce, même chez les élèves de CE2, renvoie au questionnement de l'enseignement du dénombrement. Celui-ci, est comme nous l'avons vu, appris, expliqué et réitéré, mais les résultats ne semblent pas être à la hauteur des efforts fournis. Ces échecs sont-ils liés à un enseignement inefficace, voire contre-productif ? Quels sont les effets de l'enseignement sur les compétences des élèves ? Est-ce uniquement l'enseignement qui peut être en cause dans cette situation ? Ce questionnement est légitime, mais nous ne pensons pas qu'il doit se limiter à la seule cause « enseignement ». Les résultats obtenus au cours de cette recherche sont basés sur un petit échantillon d'élèves, de plus l'histoire de ceux-ci n'est pas étudiée ici, ne permettant pas d'échantillonner la population. Nous pouvons également rappeler que les élèves, lorsqu'ils arrivent en ULIS-TFC ont tous un bagage scolaire différent intégrant au moins quatre années de scolarisation en ordinaire dont le cycle de maternelle, ceci participe à l'histoire singulière de chacun des élèves observés. Ainsi les résultats obtenus, ne peuvent pas être généralisés, d'autres études complémentaires seraient indispensables pour cela.

Nous évoquerons un dernier point concernant les tâches scolaires tenant à la tâche de calculs exacts. Lors de l'analyse de cette tâche, nous avons été confrontés à un nombre d'échecs plus important que ce qui était attendu, notamment par les élèves de CE2, de plus les élèves d'ULIS-TFC ont été davantage en réussite que les élèves de CE2. Nous avons pu avancer des hypothèses pour expliquer ce constat, cependant, même si les élèves de CE2 utilisent des procédures davantage mentale et donc moins contrôlable que celles utilisées par les élèves d'ULIS-TFC, nous pouvions penser que sur des soustractions comprenant des petits opérands, les élèves maîtriseraient davantage cette tâche. Les résultats des CE2 auraient-ils été différents si les élèves seraient originaires d'autres écoles ? L'enseignement arithmétique en CE2 est basé sur des nombres plus grands, ainsi les élèves perdraient-ils la maîtrise sur les petites quantités par manque d'entraînement ? Autrement dit quel est l'impact des méthodes

d'enseignement sur les compétences arithmétiques des élèves ? Quel est l'impact du type de public accueilli dans une école sur les résultats moyens des élèves ? Cependant, si nous regardons dans le détail les résultats de cette tâche, nous pouvons noter une difficulté particulière pour les soustractions dont le résultat est égal à 0, dont la soustraction 1-1 qui a mis en échec un quart des élèves de CE2. Ce statut du zéro est une réelle difficulté pour les élèves. Cette difficulté est souvent plus prononcée chez les élèves d'ULIS-TFC, c'est pourquoi ce nombre peut nécessiter un apprentissage explicite et répété dans le temps. Concernant le nombre zéro, un premier apprentissage est de comprendre pour ces élèves que le zéro indique une absence de quantité. En effet, les élèves semblent souvent surpris d'apprendre qu'il existe un nombre pour nommer l'absence de quantité, cela semble être un réel obstacle qu'il est nécessaire de lever. Un second apprentissage est de comprendre que dans une collection donnée, si j'ajoute ou si je soustrais zéro à cette collection alors elle reste inchangée. Dans la tâche proposée au questionnaire, les élèves sont confrontés à ce qui correspond au premier apprentissage évoqué concernant la difficulté de comprendre que le zéro indique une absence de quantité. Dans l'histoire de ce nombre, pour le système Babylonien, un premier signe est répertorié vers 300 avant J.-C., mais ce signe n'est utilisé que pour représenter le vide, il n'est pas encore perçu comme un nombre, il n'est utilisé qu'en position médiane et non pas en position terminale d'après Piguet & Hügli, (2004). Le plus ancien document faisant trace du zéro comme nombre permettant de faire des calculs date de 458, il indique qu'en Inde, un système de numération de position incluant le zéro de manière opératoire, est appliqué dès le IV^e siècle après J.-C. L'arrivée de ce nombre zéro aurait ensuite été retrouvé dans le monde arabe entre 750 et 800 et enfin en Europe, de manière effective à partir du XII^e siècle. Le nombre zéro a été construit lentement dans notre histoire, est-ce une explication possible aux difficultés rencontrées par les élèves ? Comment l'enseignement doit-il être dispensé pour dépasser les obstacles de cet apprentissage ?

La comparaison des élèves en situation de handicap et des élèves dits « ordinaires » tend à montrer que les difficultés des élèves d'ULIS-TFC repérées suite aux analyses des résultats, ne semblent pas être, par nature, différentes de celles repérées chez les élèves de CE2. Ces difficultés seraient cependant plus exacerbées chez les élèves d'ULIS-TFC. Parmi les difficultés que nous pouvons retrouver chez les deux types de population, nous pouvons évoquer la difficulté d'accès à la compréhension des consignes et des tâches proposées. Les élèves d'ULIS-TFC rencontrent davantage de difficulté en ce domaine puisque nous la percevons pour trois tâches du protocole sur cinq, à savoir la tâche d'approximation et de

comparaison des quantités, la tâche de calculs exacts et enfin la tâche de représentation spatiale des nombres. Cette difficulté n'est repérable chez les élèves de CE2 que pour une seule de ces trois tâches, celle d'approximation et de comparaison des quantités, et dans une moindre proportion. Pourquoi l'accès à la compréhension des consignes est plus difficile chez les élèves d'ULIS-TFC que chez les élèves dits « ordinaires » ? Le langage peut être un obstacle à la compréhension de ce qui est demandé, en ce sens Büchel et Paour précise que « *les retards et déficits du développement langagier que l'on rencontre à un niveau de déficience intellectuelle modérée apparaissent comme un obstacle majeur dans la mesure où le langage (en compréhension et en production) est l'instrument privilégié de la prise de conscience* » (Büchel & Paour, 2005). Parmi les hypothèses envisageables, nous pouvons évoquer une plus grande difficulté à comprendre un énoncé oral, notamment quand celui-ci est long et sans support visuel pour appuyer les propos. Une autre hypothèse pourrait être la difficulté plus prononcée chez les élèves d'ULIS-TFC à mémoriser l'ensemble des informations entendues, ou à en extraire l'essentiel pour ne mémoriser que celles-ci. Une autre caractéristique que nous pouvons noter est que les élèves d'ULIS-TFC semblent plus prompts à mettre en place des stratégies plus primitives que les élèves « ordinaires », ou des stratégies démontrant d'une plus grande difficulté à organiser son action. Nous percevons ces caractéristiques pour la tâche de calculs exacts (stratégies plus primitives) et pour la tâche d'énumération (stratégies moins structurées). Ainsi, nous pouvons nous demander quelles sont les caractéristiques communes entre les élèves d'ULIS-TFC et certains élèves dits « ordinaires » pouvant engendrer ces difficultés similaires. Ces caractéristiques plutôt spécifiques mais non exclusives aux élèves d'ULIS-TFC, puisqu'elles sont également perceptibles chez les élèves « ordinaires », sont visibles de manière plus prononcées chez ces derniers lorsque ceux-ci sont plus jeunes (Cretin-Maitenaz, 2012). Autrement dit, les élèves en situation de handicap rencontreraient des difficultés similaires aux élèves ordinaires, mais quand ceux-ci sont plus jeunes. Cette hypothèse va dans le sens d'un effet du développement et d'un effet de la maturation dans l'acquisition des compétences et de leurs utilisations par les élèves. Ce développement est retardé chez les élèves en situation de handicap, pouvant se compter en 1 ou 2 ans comme il peut être compté en un nombre d'années plus important (Millan, 2005). Nous pouvons rappeler que dans la majorité des cas, un élève d'ULIS-TFC ayant un niveau donné est plus âgé qu'un élève « ordinaire » étant considéré du même niveau scolaire. Ceci permet d'expliquer en partie le décalage perçu entre les élèves d'ULIS-TFC et les élèves « ordinaires ». Cependant certains de ces élèves semblent être dans l'incapacité de « rattraper » ce retard même avec un enseignement spécialisé et un temps d'apprentissage plus long. Ainsi, l'hypothèse développée

dans le cadre de la psycho-cognition (Egron, 2017), concernant un développement retardé pour les élèves d'ULIS-TFC mais équivalent aux élèves « ordinaires » ne suffit pas à prendre en compte les spécificités de développement dues à la situation de handicap. En ce sens Millan, dans son article précise que « *l'enfant porteur de déficience développe des modes d'organisation originaux* » (Millan, 2005). Comment pouvons-nous interpréter, expliquer ces spécificités en vue d'accompagner au mieux les élèves en situation de handicap dans leurs apprentissages ? Nous n'avons relevé au cours de l'analyse qu'une seule caractéristique spécifique aux élèves d'ULIS-TFC, qui n'est donc pas apparu chez les élèves dits « ordinaires ». Ces élèves semblent plus sensibles aux formes que prennent les tâches proposées, celles-ci doivent peu varier pour qu'elles puissent être reconnues par les élèves et donc qu'elles puissent ensuite être résolues. Cette description n'est ni exhaustive, ni généralisable pour tous les élèves en situation de handicap, puisque notre recherche ne comporte qu'un nombre limité de participants et que les élèves d'ULIS-TFC n'ont pu être échantillonnés.

Nous pouvons enfin spécifier un dernier point concernant cette comparaison entre les élèves reconnus en situation de handicap et ceux qui ne le sont pas. Les résultats tendent à montrer que lorsque ces deux populations sont confrontés à des tâches non scolaires, elles obtiennent des résultats proches, ce qui est le cas pour la tâche d'énumération et celle d'approximation des quantités et comparaison. Dans ces situations les élèves en situation de handicap ne sont pas autant désavantagés par rapport aux élèves « ordinaires » que dans les tâches scolaires. Nous pouvons nous demander quel est l'effet de l'enseignement auprès des élèves en situation de handicap ? Pourquoi des situations non scolaires sont moins problématiques pour ces élèves que les situations scolaires ? Nous pouvons également nous demander si ce ne sont pas les élèves « ordinaires » qui sont davantage en difficultés dans les tâches non scolaires. Une analyse plus fine des résultats est nécessaire pour étayer ou non cette hypothèse. Rappelons également que cette étude a été menée avec peu de sujets, il serait donc nécessaire de réaliser une nouvelle recherche permettant d'approfondir cette réflexion.

La mise en tension des différents cadres théoriques est nécessaire pour apporter un éclairage multiple et complémentaire sur l'activité réalisée par un élève qu'il soit en situation de handicap ou non. Le cadre « global » de la neuropsychologie apporte un éclairage sur le fonctionnement neuronal attendu pour tous les individus. Ainsi ce cadre apporte un certain confort au sens où il s'appliquerait à tout un chacun, et donc faciliterait la compréhension de certains résultats. Mais il est peu souple aux particularités de chacun des élèves, il a donc

tendance à lisser ces spécificités, or cela est délicat notamment chez les élèves en situation de handicap. Le seul cadre offert par la neuropsychologie, ne suffit donc pas à expliquer l'ensemble des résultats obtenus par les élèves. Il a en effet été complété, enrichi par l'éclairage de la psycho-cognition et de la didactique. Nous sommes également confrontés à des obstacles de compréhension des résultats, concernant le cadre offert par la didactique seule. Ce cadre est comme pour le cadre neuropsychologique un cadre « global » lissant les différences entre élèves et parfois même la contrainte de gestion de classe imposée aux enseignants. Ainsi ce cadre seul n'est pas suffisant, notamment pour l'explication des résultats des tâches au regard de celles définies comme scolaires et de celles définies comme non scolaires. Les singularités obtenues et discutées concernant la comparaison entre ces tâches ont nécessairement été éclairées par les apports de la psycho-cognition afin de mieux les comprendre. La classe est un lieu où s'exerce l'activité des élèves, cette activité est soumise à différentes contraintes plus ou moins maîtrisables par l'enseignant. Parmi ces contraintes nous pouvons évoquer : les conséquences dues à la situation de handicap des élèves, leur histoire de vie, leur histoire scolaire, les satisfactions ou non de leurs besoins primaires, leur état émotionnel général et celui au moment de l'activité... Chaque élève a ses propres particularités qui ne peuvent être lissées au sein de notre recherche puisqu'elle se veut qualitative, c'est pourquoi la mise en tension des cadres théoriques apporte un éclairage complémentaire permettant de faire vivre les particularités de chacun des élèves et de les prendre en compte, au moins en partie. Cependant une difficulté majeure se ressent, nous n'avons pas une méthode prédéfinie permettant de comparer les trois cadres théoriques lorsqu'ils sont confrontés et mis ensemble pour offrir une interprétation de la réalité observée. Notre questionnement n'est pas tant dans le fait de savoir si chacun de ces champs pris isolément peut permettre d'interpréter l'ensemble des éléments de la réalité observée mais plus d'essayer de comprendre si cette mise en tension a un sens en vue d'une interprétation de la cognition numérique chez de jeunes enfants scolarisés.

Chapitre 8 Conclusion

La construction du concept nombre est longue et parfois difficile, notamment pour les élèves en situation de handicap pour qui les capacités de conceptualisation et d'abstraction sont plutôt limitées. La compréhension de ce qui est en jeu dans la construction du concept nombre peut avoir un intérêt majeur dans l'enseignement et plus spécifiquement dans l'enseignement spécialisé auprès des élèves en situation de handicap, permettant ainsi une plus grande adaptation des méthodes d'enseignement pour viser un apprentissage plus efficient. Cette étude a permis de mettre en avant la complexité et la richesse de l'enfant apprenant, notamment quand celui-ci a des particularités et des spécificités de fonctionnement pouvant être dues à une situation de handicap. Les tâches proposées aux élèves ont permis, dans une certaine mesure, de mettre en lumière les éléments difficiles ou pouvant faire obstacles à la construction du concept nombre chez certains élèves. Les différents éléments explicatifs à ces difficultés ne sont pas nécessairement liés à un seul champ théorique. Ainsi, nous pouvons comprendre en quoi l'utilisation des trois champs théoriques que sont la neuropsychologie, la psychocognition et la didactique s'est avérée plutôt fructueuse pour tenter de comprendre et d'expliquer plus finement les résultats obtenus au cours de cette recherche.

Cependant ce travail n'a pas permis d'échantillonner les populations et notamment la population d'élèves en situation de handicap, hors ceci aurait permis une comparaison plus précise. Ce travail serait donc intéressant à mener sur une population plus importante et une population où les profils des élèves en situation de handicap sont étudiés pour être échantillonnés afin de mieux mesurer les effets et les conséquences du « handicap » dans le développement et la construction du concept nombre.

Références bibliographiques

- Barrouillet, P., & Camos, V. (2006). *La cognition mathématique chez l'enfant*. Marseille : Solal. Coll : Psychologie.
- Blizard D. W. (1989) Multiset theory. *Notre Dame Journal of Formal Logic*. 30(1), 36-66.
- Briand, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. *Recherches en didactique des mathématiques*. 19(1), 41–75.
- Brousseau, G. (1984). *Le rôle central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques*. [Congrès]. In : Marjorie Carss, ed., Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematical Education (ICME-5), Adelaide (Australia)
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. 7(2), 33–115.
- Büchel, F.P., & Paour J-L. (2005). Déficience intellectuelle : déficits et remédiation cognitive. *Enfance*, 57(3), 227–240.
- Bulf, H., de Hevia, M. D., & Macchi Cassia, V. (2016). Small on the left, large on the right : Numbers orient visual attention onto space in preverbal infants. *Developmental Science*, 19(3), 394–401.
- Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Calculating without reading : Unsuspected residual abilities in pure alexia. *Cognitive neuropsychology*. 17(6), 563–583.
- Cretin-Maitenaz, A. (2012). *Développement des procédures additives et soustractives chez des enfants de CLIS 1 et de cours élémentaires ; une perspective comparative*. [Mémoire] Université de Franche-Comté.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44 (1-2), 1–42.
- Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122(3), 371-396.

- Dehaene, S., & Cohen, L. (1994). Dissociable mechanisms of subitizing and counting : Neuropsychological evidence from simultanagnosic patients. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 20(5), 958.
- Dehaene, S. (2008). Fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire : le concept de nombre. [en ligne : cours au Collège de France], récupéré le 08/04/2020
<https://www.college-de-france.fr/site/stanislas-dehaene/course-2008-02-12-09h30.htm>
- Dehaene, S. (2008) Fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire : l'impact des symboles sur la cognition numérique. [en ligne : cours au Collège de France], récupéré le 08/04/2020
<https://www.college-de-france.fr/site/stanislas-dehaene/course-2008-03-25-09h30.htm>
- Dewey, J. ([1916] 1990). *Démocratie et éducation*. Paris : Armand Colin
- Dewey, J. (1947). *Expérience et éducation*. Paris : Armand Colin
- Egron, B. (2017). *Scolariser les élèves handicapés mentaux ou psychiques*. Publication INS-HEA Réseau Canopé. Coll : Maîtriser
- Ferrada, M.M. (2007). *Le progrès développemental de la connaissance des nombres au préscolaire en tant que prédicteur de la réussite en mathématiques à la fin de la première année du primaire*. [Mémoire]. Université de Montréal.
- Fuson, K.C., Richards, J., & Briars, D.J (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. in Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J. *Children's logical and mathematical cognition*. Springer
- Gauthier, C., Bissonnette, S. & Richard, M. (2007). L'enseignement explicite. in Duprez, V. & Chapelle, G. *Enseigner*. Presses Universitaires de France. Coll : Apprendre.
- Gelman, R., & Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Harvard University Press
- Groux, D. (1997). L'éducation comparée : approches actuelles et perspectives de développement. *Revue française de pédagogie*, 121(1), 111–139.

- Hunt, S., Low, J., & Burns, K. C. (2008). Adaptive numerical competency in a food-hoarding songbird. *Proceedings of the Royal Society B : Biological Sciences*, 275 (1649), 2373–2379.
- Izard, V., & Dehaene, S. (2008). Calibrating the mental number line. *Cognition*, 106(3), 1221–1247.
- Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111(1), 1.
- Margolinas, C., Wozniak, F., & Rivière, O. (2015). Situations d'énumération et exploration des collections, *Recherches en didactique des mathématiques*, 35(2), 183–220.
- Matsuzawa, T. (1991). Use of numbers by a chimpanzee : A further study. *Primate today*, 317–320.
- McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science*, 15(11), 776–781.
- Millan, F. (2005). L'évaluation et ses liens avec l'intervention chez l'enfant porteur déficience. *Contraste*, 22-23(1), 119–132.
- Nieder, A. (2005). Counting on neurons : The neurobiology of numerical competence. *Nature Reviews Neuroscience*, 6(3), 177–190.
- Pastore, N. (1961). Number sense and 'counting'ability in the canary. *Zeitschrift für Tierpsychologie*, 18(5), 561–573.
- Piazza, M., Giacomini, E., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2003). Single-trial classification of parallel pre-attentive and serial attentive processes using functional magnetic resonance imaging. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences*, 270 (1521), 1237–1245.
- Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, 44(3), 547–555.

- Pica, P., Lemer, C., Dehaene, S., & Izard, V. (2004). Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group. *Science*, 306 (5695), 499-503.
- Piguet, C., & Hügli, H. (2004). Histoire des chiffres. in : Piguet, C., Hügli H. *Du zéro à l'ordinateur : Une brève histoire du calcul*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.
- Prado, J. (2019). Understanding the link between number and space is shedding new light on the potential importance of many toys and games for developing children's mathematical abilities. *IBE, Science of learning portal*. [en ligne] récupéré le 20/05/2020
<http://ibelearning.wpengine.com/articles/the-role-of-spatial-skills-in-early-math-learning-and-how-to-foster-space-number-interactions/>
- Revkin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., & Dehaene, S. (2008). Does subitizing reflect numerical estimation ? *Psychological science*, 19(6), 607–614.
- Rivera, S. M., Reiss, A. L., Eckert, M. A., & Menon, V. (2005). Developmental changes in mental arithmetic : Evidence for increased functional specialization in the left inferior parietal cortex. *Cerebral cortex*, 15(11), 1779–1790.
- Rumbaugh, D. M., Savage-Rumbaugh, S., & Hegel, M. T. (1987). Summation in the chimpanzee. *Journal of Experimental Psychology : Animal Behavior Processes*, 13(2), 107-115.
- Samier, R., & Jacques, S. (2016). *Pédagogie et neuropsychologie. Quelles stratégies pour les enseignants ?* [en ligne] récupéré le 08/04/2020
https://www.ac-clermont.fr/disciplines/fileadmin/user_upload/Mathematiques/pages/Troubles/livret-pedagogie-neuropsychologie-2.pdf
- Siegler, R. S. (2001). *Enfant et raisonnement. Le développement cognitif de l'enfant*. DeBoeck Université. Coll : Ouvertures psychologiques.
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child development*, 75(2), 428–444.

- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation : Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological science*, 14(3), 237–250.
- Singh, D., Ibrahim, A. M., Yohanna, T., & Singhy, J. N. (2008). A systematization of fundamentals of multisets. *Lecturas Matematicas* 29(1), 33–48.
- Starkey, P., & Cooper, R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210 (4473), 1033–1035.
- Starkey, P., Spelke, E. S., & Gelman, R. (1983). Detection of intermodal numerical correspondences by human infants. *Science*, 222 (4620), 179–181.
- Toullec-Théry, M., & Marlot, C. (2013). Les déterminations du phénomène de différenciation didactique passive dans les pratiques d'aide ordinaire à l'école élémentaire. *Revue française de pédagogie. Recherches en éducation*. 182, 41–54.
- Verguts, T., & Fias, W. (2004). Representation of number in animals and humans : A neural model. *Journal of cognitive neuroscience*, 16(9), 1493–1504.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358 (6389), 749-750.
- Xu, F., & Carey, S. (1996). Infants' metaphysics : The case of numerical identity. *Cognitive psychology*, 30(2), 111–153.
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1–B11.
- Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse (2018) Programme du cycle 2 [en ligne] récupéré le 08/04/2020.
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/0/Cycle_2_programme_consolide_1038200.pdf

Annexes

Annexe 1 : Modèle du pré-test proposé à tous les élèves.

Annexe 2 : Tableau des résultats bruts de la tâche d'énumération pour les élèves d'ULIS-TFC.

Annexe 3 : Tableau des résultats bruts de la tâche d'énumération pour les élèves de CE2.

Annexe 4 : Tableau des résultats bruts de la tâche de dénombrement pour les élèves d'ULIS-TFC.

Annexe 5 : Tableau des résultats bruts de la tâche de dénombrement pour les élèves de CE2.

Annexe 6 : Diagrammes correspondant aux résultats de la troisième tâche : approximation des quantités.

Annexe 7 : Tableaux des résultats bruts de la tâche de représentation spatiale pour les nombres de 1 à 10 pour les élèves de CE2.

Annexe 8 : Tableaux des résultats bruts de la tâche de représentation spatiale pour les nombres de 1 à 100 pour les élèves de CE2.

Annexe 9 : Tableaux des résultats bruts de la tâche de représentation spatiale pour les nombres de 1 à 10 pour les élèves d'ULIS-TFC.

Annexe 10 : Tableaux des résultats bruts de la tâche de représentation spatiale pour les nombres de 1 à 100 pour les élèves d'ULIS-TFC.

Annexe 1 : Modèle du pré-test proposé à tous les élèves.

Profil de l'élève

Nom :

Date de naissance (mois/année) :

Sexe :

Niveau scolaire évalué en mathématiques – numération :

1. Niveau de persévérance en mathématiques lors des tâches en autonomie

0 faible 0 moyen 0 fort

Niveau de persévérance en mathématiques lors des tâches accompagnées

0 faible 0 moyen 0 fort

2. Goût pour les mathématiques

0 n'aime pas du tout 0 aime peu 0 aime beaucoup

3. Connaît la suite des nombres orale (de manière stable et sans erreur) jusqu'à :

4. Reconnaît de manière globale (sans compter)

constellation du dé : 0 1 0 2 0 3 0 4 0 5 0 6

points en vrac : 0 1 0 2 0 3 0 4 0 5 0 6

5. Maîtrise les principes du dénombrement

0 principe d'adéquation unique (un mot = une quantité)

0 principe d'ordre stable (mots énoncés dans un ordre précis et inchangés)

0 principe de cardinal (dernier mot dit = quantité : pouvoir le verbaliser)

0 principe d'abstraction (on peut compter des objets différents)

0 principe de non pertinence de l'ordre (il n'y a pas d'ordre précis)

6. Lire les nombres (en chiffres) et sans support

de 1 à 20

7. Écrire les nombres (en chiffres) et sans support

de 1 à 20

8. Donner la quantité demandée

0 2 0 5 0 8 0 12

9. Comparaison des quantités (dire qui est le plus grand)

	entre 5 et 7	entre 3 et 10	entre 15 et 14
Oral			
Points			
Cubes			

10. Comparaison des quantités (dire qui est le plus petit)

	Entre 6 et 8	entre 12 et 20	entre 8 et 9
Oral			
Points			
Cubes			

11. Tu as 6 jetons, combien dois-tu en rajouter pour en avoir 7 ?

12. Dans une boîte il y a 5 jetons rouges et 2 jetons bleus.

Combien y a-t-il de jetons dans la boîte ?

13. Dans une boîte il y a 6 jetons rouges et j'en enlève 2.

Combien de jetons rouges restent-ils dans la boîte ?

Annexe 2 : Tableau des résultats bruts de la tâche d'énumération pour les élèves d'ULIS-TFC.

	Élève	Réussite	Échec (bouchons vides)	Échec (oubli)	Nombre de cubes ramassés
ULIS a	V	x			
	Z	x			
	M		x		7
	N		x		8
	S		x		13
	No			x	13
	I		x		13
	A		x		3
	Noh		x		2
	Noa		x		12
	L		x		7
	C		x		12
	T		x		9
Ulis b	L		x		8
	A		x		12
	Y		x		12
	M		x		6
	J		x		13
	S		x		14
	P		x		7
	N		x		13
	Na		x		4
	Lo		x		14
Ulis c	D		x		11
	A	x			
	M	x			
	L		x		7
	Al	x			
	N	x			
	G	x			
	C		x		5
	S		x		8

Annexe 3 : Tableau des résultats bruts de la tâche d'énumération pour les élèves de CE2.

	Élève	Réussite	Échec (bouchons vides)	Échec (oubli)	Nombres de cubes ramassés
CE2	I			x	14
	V	x			
	H		x		8
	L		x		7
	Va		x		14
	Il		x		13
	W		x		7
	Li			x	14
	A		x		6
	Z	x			
	M		x		8
	Y	x			
	T	x			
	Al		x		13
	Ma		x		11
	S	x			
	J		x		8
	Mat		x		12
	Mathi	x			
	E	x			
	Ep	x			
	R		x		12
	So			x	13
	Ex	x			

Annexe 4 : Tableau des résultats bruts de la tâche de dénombrement pour les élèves d'ULIS-TFC.

			Nombres échoués											Subitizing		
Ulis a	Élève	Nombre d'erreurs	2	4	5	6	7	8	9	10	11	15	2	4	5	
	V	0											x			
	Z	2									x	x	x	x		
	M	1						x					x			
	N	1										x	x			
	S	2					x		x				x	x		
	No	2					x					x	x	x		
	I	0											x	x		
	A	2			x			x					x			
	Noh	1							x				x			
	Noa	3				x			x		x		x			
	L	0											x	x		
	C	2				x						x	x	x		
	T	1									x					
Ulis b	L	0											x			
	A	1									x					
	Y	5					x		x	x	x	x				
	M	4							x	x	x	x				
	J	0											x			
	S	6					x	x	x	x	x	x				
	P	2							x			x	x			
	N	0														
	Na	6					x	x	x	x	x	x				
	Lo	3				x		x				x	x			
Ulis c	D	0											x			
	A	1										x	x			
	M	1										x	x			
	L	0														
	Al	0														
	N	1							x				x	x		
	G	2						x	x				x	x		
	C	0											x	x		
	S	2					x			x			x	x	x	

Annexe 5 : Tableau des résultats bruts de la tâche de dénombrement pour les élèves de CE2.

Élève	Nombre d'erreurs	Nombres échoués										Subitizing		
		2	4	5	6	7	8	9	10	11	15	2	4	5
I	0											x		
V	1										x	x		
H	0											x		
L	1									x		x		
Va	1						x					x		
Il	0											x		
W	0											x		
Li	0											x		
A	0											x		
Z	1										x	x		
M	0											x		
Y	0											x		
T	0											x		
Al	0											x		
Ma	0											x		
S	1										x	x		
J	1										x	x		
Mat	0											x		
Mathi	0											x	x	x
E	0											x	x	x
Ep	3				x		x			x		x		
R	1									x		x		
So	2									x	x	x		
Ex	2		x	x								x		

Annexe 6 : Diagrammes correspondant aux résultats de la troisième tâche : approximation des quantités.

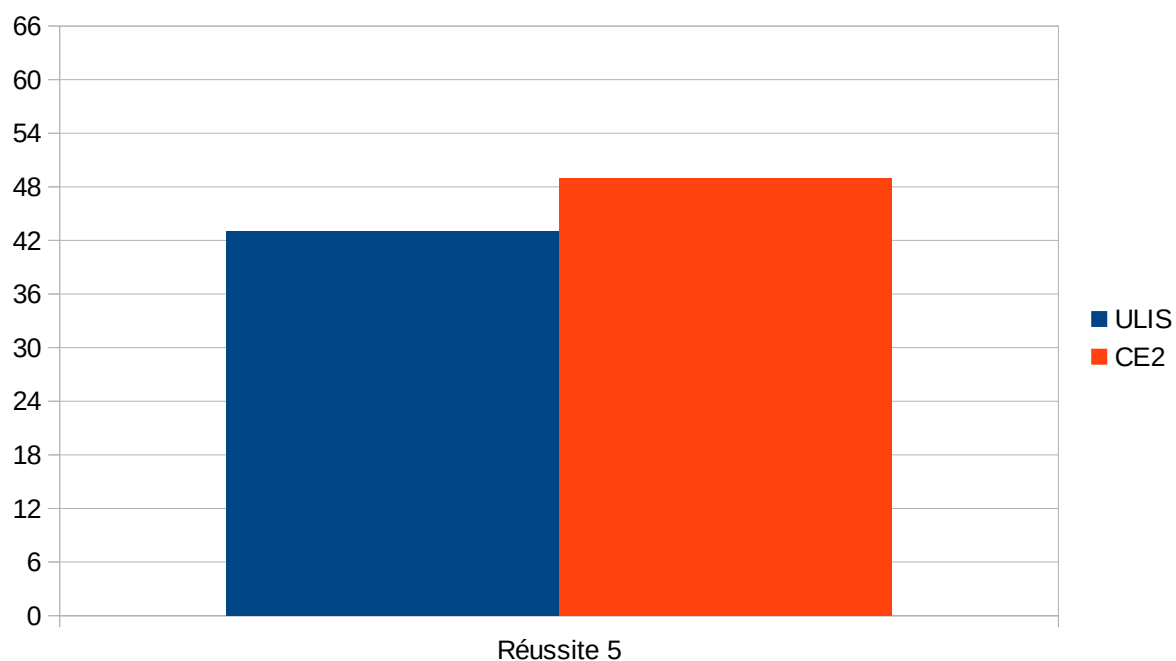


Figure 78: Réussite des élèves d'ULIS-TFC et de CE2 lorsque l'écart est de 5.

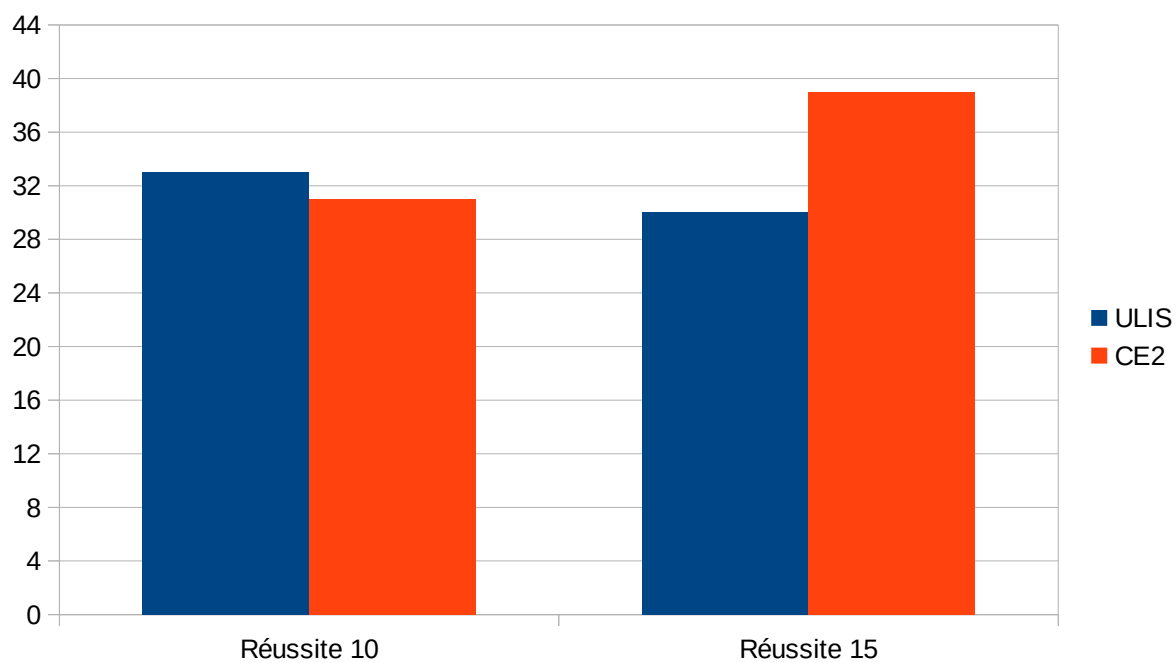


Figure 79: Réussite des élèves d'ULIS-TFC et de CE2 lorsque les écarts sont de 10 et 15.

Annexe 7 : Tableaux des résultats bruts de la tâche de représentation spatiale pour les nombres de 1 à 10 pour les élèves de CE2.

Élève	Nombres à placer									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	1	1,4	1,8	2,1	1,6	2,9	6,5	9,3	9,2	10
V	1	2,7	2,2	1,9	4,3	3,1	4,8	6	7,4	10
H	1	1,2	1,35	1,4	5,4	7,7	9,1	9,3	9,9	10
L	1	1,2	1,3	1,6	1,5	1,6	1,7	9,8	9,5	10
Va	1	1,4	1,5	4,1	5,1	7,1	8,3	9,3	9,7	10
Il	1	1,5	2,1	2,1	4,5	4,6	4,5	6	7,3	10
W	1	1,4	2,2	2,1	3	8,5	8,6	9,2	9,7	10
Li	1	1,1	1,2	1,4	1,3	1,5	1,4	1,7	1,55	10
A	1	1,2	1,25	1,5	2,3	2	3,2	9,5	9,9	10
Z	1	1,15	1,3	1,7	2,3	1,5	1,8	2,4	9,2	10
M	1	1,2	1,5	1,4	1,7	2,1	2,45	9,3	9,9	10
Y	1	2,1	3,5	4,7	5,9	6,6	7,5	8,1	8,9	10
T	1	1,5	2,5	3	6	6,9	8	8	9,3	10
Al	1	1,5	1,6	3,4	3	2,5	3,2	3,5	5	10
Ma	1	1,2	2	2,2	5,9	4,7	7,1	9,1	9,5	10
S	1	1,6	2,15	3,35	5,15	6	7,25	8,2	9,2	10
J	1	1,3	1,7	2,1	5,4	9,2	9,25	8,6	9,5	10
Mat	1	1,2	1,4	2,5	5,2	8,5	9,2	9	9,7	10
Mathi	1	1,7	2,8	4	5,6	6,5	7,5	8,1	9,1	10
E	1	1,5	1,8	2,6	5,3	6,3	8,4	9	9,7	10
Ep	1	1,5	1,9	2,7	4,3	8,6	7,7	9,2	9,6	10
R	1	1,2	2	3,5	5,2	5,2	8,7	9,5	9,65	10
So	1	1,6	2,2	3,4	5,7	7,3	7,7	9,1	9,1	10
Ex	1	1,25	1,35	1,6	2,55	2,5	9,15	9,4	9,7	10

Annexe 8 : Tableaux des résultats bruts de la tâche de représentation spatiale pour les nombres de 1 à 100 pour les élèves de CE2.

Élève	Nombres à placer																
	1	3	5	8	10	13	21	34	47	50	62	68	75	84	88	97	100
I	1	5	9	7	13	27	30	28	58	71	78	68	77	72	88	85	100
V	1	6	17	18	14	20	33	31	40	53	77	88	58	77	78	94	100
H	1	2	3	3	10	3	20	16	35	50	70	63	74	85	78	90	100
L	1	5	4	8	9	10	13	29	33	50	29	43	30	89	93	93	100
Va	1	5	7	8	18	16	26	28	43	53	78	43	78	86	90	95	100
Il	1	11	22	33	34	40	55	31	53	51	71	59	77	60	66	92	100
W	1	8	11	25	26	29	40	31	58	65	50	65	58	84	68	90	100
Li	1	3	6	7	9	15	25	50	37	52	55	64	68	77	79	94	100
A	1	4	21	13	32	15	46	34	52	58	69	56	64	83	73	90	100
Z	1	4	11	27	17	24	30	32	33	66	62	61	81	81	68	90	100
M	1	8	6	15	19	25	43	42	39	53	72	70	72	85	90	93	100
Y	1	5	12	17	22	30	36	38	41	52	72	63	74	82	87	89	100
T	1	8	2	5	8	4	21	25	30	54	60	65	84	86	88	92	100
Al	1	11	16	35	38	57	59	66	53	61	64	63	60	59	73	76	100
Ma	1	7	11	20	16	39	39	35	35	46	60	64	70	77	73	77	100
S	1	10	10	26	12	18	15	28	34	47	49	59	60	65	71	87	100
J	1	7	12	20	49	37	52	65	61	62	80	56	51	57	29	90	100
Mat	1	5	15	6	29	10	34	37	54	42	79	75	72	78	86	91	100
Mathi	1	5	9	16	17	31	40	5	43	50	58	53	64	70	76	94	100
E	1	4	6	5	16	12	30	30	39	50	80	83	90	95	83	90	100
Ep	1	2	3	3	5	5	12	29	43	50	82	87	87	96	88	98	100
R	1	6	28	12	24	25	39	40	46	46	33	57	74	76	73	89	100
So	1	4	8	3	6	11	14	28	57	49	78	69	75	86	90	97	100
Ex	1	3	5	7	9	21	15	22	20	47	36	27	36	40	85	89	100

Annexe 9 : Tableaux des résultats bruts de la tâche de représentation spatiale pour les nombres de 1 à 10 pour les élèves d'ULIS-TFC.

	Élève	Nombres à placer									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ulis a	V	1	1,1	1,4	1,7	1,7	2,4	1,9	9,7	9,85	10
	Z	1	1,5	3,5	3,8	4,5	4,3	4,65	7,95	9,1	10
	M	1	8,4	2,4	5,2	4	5,5	4,7	8,55	9,2	10
	N	1	1,2	1,6	2,6	2,7	4,7	4,9	4,75	2,8	10
	S	1	2	2,8	2,6	3,15	8,15	7,9	9	9,4	10
	No	1	1,7	2,7	3,1	5	7,4	3,4	4,8	9,6	10
	I	1	1,5	1,9	2	2,4	2,5	4,6	8,7	9,4	10
	A	1	1,1	1,65	2,4	3,4	3,8	3,25	8,7	9,9	10
	Noh	1	1,3	1,85	2,4	3,7	4,65	8,9	9,2	9,3	10
	Noa	1	1,5	2,1	2,4	2,1	5,8	7,95	8,5	9,15	10
	L	1	5	1,3	1,4	1,4	1,5	2,4	1,65	1,9	10
	C	1	1,2	1,45	2,1	2,7	3,2	3,4	9,4	9,8	10
Ulis b	L	1	2,3	2,8	3,3	5,9	8,1	6,3	8,4	9,1	10
	M	1	1,3	8,1	1,4	7,1	7	6	1,8	1,2	10
	J	1	1,3	2,1	3,1	3,8	3,6	1,5	7,8	9,2	10
	S	1	1,5	4,1	7,15	5,7	5,8	4,25	9,35	9,45	10
	P	1	1,1	1,6	1,5	2,6	6,5	7	8,1	9,6	10
	N	1	1,2	1,2	2,05	9,25	9,4	8,8	9,1	9,9	10
	Lo	1	1,3	1,8	2,45	1,75	6,1	5,15	4,2	9,3	10
Ulis c	D	1	1,2	1,4	1,7	2	9,3	9,45	9,6	9,75	10
	A	1	2,15	3,85	2,1	5,2	6,2	7,6	9,3	9,15	10
	M	1	1,4	1,6	2	1,65	1,75	2,65	2,5	2,4	10
	L	1	1,5	2	4,8	4,8	7,2	7,8	7,6	8,2	10
	Al	1	1,3	1,9	2,5	6	6,5	7,1	8,3	9,4	10
	N	1	1,3	1,3	1,9	1,9	3,5	8,6	9,65	9,95	10
	G	1	1,2	2	3	5,2	6,6	5,9	8,1	9,4	10
	C	1	1,15	1,25	1,4	1,55	1,9	3	9,85	9,95	10
	S	1	1,5	1,6	2,3	2,4	2,4	2,95	5,7	9,8	10

Annexe 10 : Tableaux des résultats bruts de la tâche de représentation spatiale pour les nombres de 1 à 100 pour les élèves d'ULIS-TFC.

		Nombres à placer																
Élève		1	3	5	8	10	13	21	34	47	50	62	68	75	84	88	97	100
Ulis a	V	1	6	10	16	19	23	25	59	53	59	70	67	78	82	77	94	100
	Z	1	9	24	68	22	17	23	27	69	55	78	77	87	91	73	92	100
	M	1	30	30	34	42	58	72	77	88	80	82	82	82	75	88	92	100
	S	1	15	20	30	35	45	62	70	77	80	85	83	86	87	80	89	100
	No	1	14	21	28	40	44	35	95	50	80	78	70	78	86	89	96	100
	A	1	4	20	56	52	80	30	44	82	47	37	59	67	59	31	68	100
	Noh	1	5	9	18	25	22	38	74	35	87	82	37	87	82	94	95	100
	Noa	1	7	4	12	12	20	24	32	52	52	60	70	63	73	73	86	100
	L	1	6	5	23	26	17	20	93	57	55	42	75	43	23	76	83	100
	C	1	5	20	34	46	47	37	50	56	58	68	60	59	82	89	95	100
Ulis b	L	1	6	12	32	38	54	35	41	65	61	68	54	67	67	72	87	100
	J	1	10	28	28	43	79	28	11	75	63	65	68	65	58	80	91	100
	P	1	7	14	19	86	85	31	10	88	96	97	65	63	96	70	75	100
	N	1	2	3	8	76	65	29	58	40	70	40	7	31	50	12	28	100
Ulis c	D	1	5	8	16	17	25	40	69	88	85	77	79	76	76	69	94	100
	A	1	7	6	31	14	15	25	20	37	45	60	85	93	85	94	96	100
	Al	1	10	16	16	23	17	29	61	43	16	69	70	62	77	68	89	100
	N	1	3	7	15	15	10	25	45	53	55	55	55	78	82	85	92	100
	G	1	10	15	13	71	17	38	31	64	75	79	80	77	87	88	97	100
	C	1	4	17	23	50	52	68	85	52	88	89	85	90	83	94	96	100
	S	1	3	9	37	24	50	50	75	75	18	74	55	61	9	85	99	100