



**HAL**  
open science

# L'outil Tableur dans l'enseignement des mathématiques

Jérôme Tonnaire

► **To cite this version:**

Jérôme Tonnaire. L'outil Tableur dans l'enseignement des mathématiques. Education. 2017. hal-02374537

**HAL Id: hal-02374537**

**<https://univ-fcomte.hal.science/hal-02374537>**

Submitted on 21 Nov 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

## Mémoire

présenté pour l'obtention du Grade de

## MASTER

“Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation”

Mention 2<sup>nd</sup> degré – MATHÉMATIQUES

# L'outil Tableur dans l'Enseignement des Mathématiques

*Projet présenté par*  
Tonnaire Jérôme

*Directeur*  
M. Arnaud Simard (Maître de Conférence, Université de Franche-Comté)

*Co-Directeur*  
M. Sylvain Roussey



# Sommaire

Remerciements.....	5
Introduction.....	7
I. Partie Théorique : De l'Artefact à l'Instrument.....	9
A. Artefact et Instrument.....	9
B. Schèmes d'utilisation.....	13
C. Genèse instrumentale.....	13
D. Instruments et Enseignement.....	16
E. Conclusion.....	17
II. Le tableur dans l'enseignement des Mathématiques.....	19
A. La place du tableur dans les programmes.....	19
B. Lien entre tableur et compétences.....	21
1. Chercher.....	21
2. Modéliser.....	21
3. Représenter.....	22
4. Calculer.....	22
5. Raisonner.....	23
6. Communiquer.....	23
C. Multiplicité des usages du tableur.....	23
1. Outil de calcul.....	23
2. Outil d'investigation.....	26
3. Outil de gestion de données.....	26
4. Outil de simulation.....	27
5. Outil d'algorithmique.....	27
D. Les limites du tableur.....	28
III. Partie Pratique.....	29
A. Séance n°1.....	29
1. Analyse a priori.....	30
2. Déroulement de la séance.....	31
3. Analyse a posteriori.....	32
4. Analyse de production.....	34
B. Séance n°2.....	35
1. Analyse a priori.....	36
2. Déroulement de la séance.....	39
3. Analyse a posteriori.....	40
4. Analyse de production.....	41
Conclusion.....	47
Bibliographie / Sitographie.....	49
Annexes.....	51



# Remerciements

Avant tout développement, je tiens à adresser mes remerciements aux personnes qui m'ont apporté leur aide dans l'élaboration de ce mémoire.

Tout d'abord, je remercie M. Simard, professeur à l'UFR Sciences et Techniques. En tant que tuteur de mémoire, il a su me guider et m'apporter des conseils tout au long de l'année.

Je remercie également Mme Rigoulet, ainsi que l'ensemble de l'équipe de Mathématiques du lycée polyvalent Paul Émile Victor de Champagnole pour leur soutien au cours de l'élaboration de ce mémoire, tant d'un point de vue moral que d'un point de vue pédagogique. En effet, ils m'ont apporté de précieux conseils lors de l'élaboration des séances informatiques de la troisième partie.

Il convient également de remercier l'ensemble de mes élèves pour s'être impliqués dans la résolution des problèmes proposés, et sans qui les analyses a posteriori de la partie III. n'auraient pas été possibles.

Je remercie enfin mes pairs de la promotion de M2 à Besançon pour leur soutien moral et leurs encouragements lors de la rédaction de ce mémoire, ainsi que pour les échanges répétés tout au long de l'année sur les notions théoriques abordés dans ce travail.



# Introduction

La place du numérique dans l'enseignement se fait de plus en plus ressentir. Pour preuve, le mot "numérique" apparaît 8 fois dans le programme officiel de Seconde et plus de 40 fois dans le programme officiel du collège de 2008. D'après le bulletin officiel du programme des classes de Seconde Générale et Technologique, « L'utilisation de logiciel (Calculatrice ou ordinateur), d'outils de visualisation et de représentation, de calcul (numérique ou formel), de simulation, de programmation développe la possibilité d'expérimenter, ouvre largement la dialectique entre l'observation et la démonstration et change profondément la nature de l'enseignement. ». On peut alors saisir tout l'enjeu que le numérique prend dans l'enseignement des mathématiques au second degré. Ce sujet me paraît être important dans ma vie quotidienne en tant que professeur stagiaire dans un lycée. En effet, je suis confronté chaque jour aux technologies comme les espaces numériques tels que Pronote, les vidéo-projecteurs, les visualiseurs, et les logiciels mathématiques en général. J'ai choisi au cours de ce mémoire de me focaliser sur un type de logiciel en particulier : Le Tableur.

Avant les années 1960, les comptables américains utilisaient des grandes feuilles de papier qu'on divisait en lignes et en colonnes afin de gérer les comptes d'une entreprise. On appelait ses feuilles de papier "spreadsheets". C'est en 1961 que Richard Mattesich développa sur ordinateur un programme appelé "Computerized Spreadsheet". S'en suivit en 1978 le premier prototype de tableur, "VisiCalc", qui ne cessa d'évoluer afin de faciliter son utilisation par les comptables. Il sert entre autres pour des simulations, la préparation de rapports ou la gestion de déclarations fiscales, et s'est très vite imposé dans le milieu de la comptabilité. Bien que de nombreuses adaptations aient, entre temps, vu le jour, les élèves utilisent aujourd'hui le même tableur que l'on utilise dans le monde professionnel. Il s'agira donc de voir dans ce mémoire **en quoi le tableur permet-il le développement de compétences mathématiques chez les élèves.**

Dans une première partie, nous aborderons les aspects théoriques liés au tableur, d'abord en définissant les concepts d'outils et d'instruments, puis en nous intéressant à un domaine spécifique des mathématiques, l'algèbre, et son lien avec le tableur. Puis, nous aborderons les différentes spécificités du tableur, ses fonctionnalités ainsi que les liens que l'enseignant pourra trouver avec les programmes et le socle. Dans une troisième partie, des expériences pratiques seront détaillées et analysées non seulement en amont, lors de leurs élaboration, mais également a posteriori, afin d'en tirer des conclusions sur l'outil Tableur.



# I. Partie Théorique : De l'Artefact à L'instrument

Dans son article *"L'ordinateur à l'école : de l'outil à l'instrument"* publié en 1997, Éric Bruillard s'intéresse à la modification de la place de l'informatique dans l'enseignement à la fin du XX<sup>ème</sup> siècle. En effet, dans les années 1970, l'informatique est enseignée comme une matière à part entière par le biais de l'option informatique dans les lycées. L'informatique est alors vue comme un contenu à apprendre, et pas comme un moyen efficace pour résoudre des problèmes rencontrés par exemple en mathématiques. C'est dans les années 1980 que cette option disparaît et que le système scolaire français intègre l'informatique dans ses programmes officiels.

Selon Bruillard, on peut à la fois assimiler l'informatique à un grand instrument, mais également à une technologie permettant de créer une grande quantité d'instruments. Cette notion d'instrument sera par la suite théorisée par Pierre Rabardel. Né à Dinan, en Bretagne, au milieu du XX<sup>ème</sup> siècle, Pierre Rabardel est professeur à l'Université Paris VIII. Il y dirige le Master de psychologie du travail et d'ergonomie cognitive. Ses travaux majeurs portent sur la psychologie, la technologie et l'approche instrumentale de la didactique. Cette première partie est inspirée de son article *Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques*, article publié en 1999.

Développée en réponse au béhaviorisme, l'approche constructiviste consiste à prendre en compte les activités d'une personne dans sa construction du savoir et sa représentation du monde réel. C'est cette vision qu'adopte Rabardel dans ses travaux sur le concept d'instrument.

Pour J. Contamines, l'approche de Rabardel dans ses travaux sur les instruments repose sur trois grandes notions fondamentales à savoir la différence entre artefact et instrument, la genèse instrumentale (C'est à dire la construction de l'instrument par l'utilisateur au cours d'une activité) et le champ instrumental d'un artefact.

## A. Artefact et Instrument

Selon Rabardel, un artefact désigne toute chose ayant subi une transformation d'origine humaine aussi infime soit-elle. Cette transformation est effectuée dans le but de répondre à une demande précise de la part du, ou des, concepteur(s). Ce terme doit être manipulé avec une connotation neutre, c'est à dire que le type de rapport entre l'artefact et l'utilisateur n'est pas spécifié. Aussi, les artefacts ne se limite pas à des objets matériels comme le seraient une voiture, un crayon

ou encore un robot. dans la mesure où il existe de nombreux artefacts qui ne peuvent être matériels, et qui ne sont en fait que symboliques. On peut citer par exemple les tables de multiplications. Bien qu'on ne puisse pas les dissocier du support matériel, elles peuvent être considérées comme un outil symbolique. Au même titre, les méthodes ou les graphiques sont également considérés comme des artefacts symboliques.

Selon Rabardel, un artefact devient un instrument une fois subit l'action de l'utilisateur afin de réaliser une tâche. Ainsi, la nécessité d'un savoir en amont se fait ressentir pour pouvoir utiliser cet objet. Par exemple, l'artefact "crayon" devient un instrument une fois liée avec l'activité "écrire" : On parle d'instrument quand on utilise un crayon pour écrire.

Alors, l'instrument comprend non seulement un artefact (matériel ou symbolique), mais aussi une élaboration de structures qui vont permettre à l'utilisateur d'organiser son action. C'est ce que l'on appelle schème d'utilisation. Cette notion de schème sera étudiée plus profondément dans la sous-partie suivante.

Dans l'enseignement, la notion d'instrument peut être vue avec un regard double. Du point de vue de l'élève, les instruments ont un impact non négligeable sur la conceptualisation des notions mathématiques rencontrées, ainsi que sur la construction mentale et cognitive des savoirs. Du point de vue de l'enseignant, les instruments fournissent un levier pour agir sur les variables didactiques en modifiant les situations auxquelles les élèves seront confrontés.

Un préjugé que l'on peut entendre quand on parle d'instrument est sa non-considération en tant qu'outil à part entière dans l'enseignement. En effet, il est souvent considéré comme n'ayant peu voir pas d'influence sur la construction des savoirs et la conceptualisation des notions. Pourtant, de nombreuses études ont montré l'impact des instruments sur l'apprentissage des élèves.

On peut citer par exemple Luc Trouche, professeur des universités en didactique des mathématiques. Il s'intéressa beaucoup aux processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques dans les environnements informatisés. Ainsi, il montre dans ses travaux que la calculatrice graphique peut être un instrument de travail efficace que les enseignants ne doivent pas négliger.

Un autre exemple, une étude menée par M. Ourahay en 1991 au Québec a montré que la conceptualisation d'une notion dépendait très fortement des instruments mis en œuvres lors de son apprentissage. Les travaux portaient sur le concept de symétrie orthogonale et les différents moyens pour construire le symétrique d'un objet par rapport à une droite. Selon les méthodes utilisées, à savoir l'utilisation du quadrillage, d'une équerre, d'un compas ou le pliage de la feuille, la construction du concept de symétrie n'était pas la même. En effet, même si le pliage ou l'utilisation d'un quadrillage sont des méthodes d'apparence simple et accessible à tous, elles s'avèrent dépourvues de sens pour l'élève, qui ne construit pas la notion d'orthogonalité en y ayant recours. Ici l'instrument ne sert pas la visualisation du concept par l'élève dans le sens où la notion d'orthogonalité est dissimulée par celui-ci. En revanche, les travaux d'Ourahay ont montrés que l'équerre et le compas semblent être des instruments plus propices à l'apprentissage de la symétrie et en particulier à la conceptualisation de l'orthogonalité dans le sens où elle est mise en valeur.

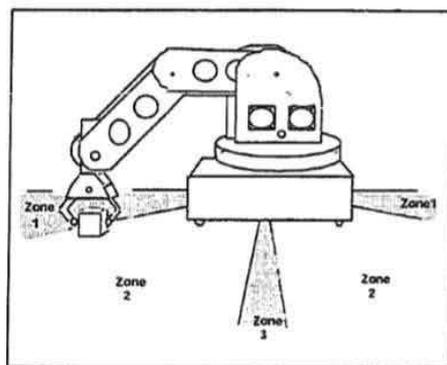
Ces nombreux travaux convergent vers le fait que les instruments ont un réel impact sur l'apprentissage chez l'élève et ne doivent pas être négligés par les enseignants dans la mesure où ils comportent une véritable utilité lors de la conceptualisation d'une notion ou lors de la construction des savoirs.

Cette question d'impact sur la construction cognitive n'est pas uniquement liée aux mathématiques. En effet, le philosophe Kant a travaillé sur l'impact considérable des moyens cognitifs utilisés par l'homme sur les connaissances qu'il possède. De même, les travaux du psychologue Piaget ont montré l'importance de l'action sur nos connaissances.

On trouvera dans les travaux de Rabardel un terme qu'il conviendra de définir, celui de médiation. On peut définir le terme médiation comme une pratique ayant pour objectif la diffusion d'une information ou la compréhension d'une situation ou d'une notion en ayant recours à un tiers, appelé médiateur.

L'élève, l'enseignant, les savoirs et les compétences sont en relation étroite les uns aux autres, et ont tous comme point commun leur médiation avec les instruments. L'élève peut avoir recours aux instruments pour conceptualiser, construire un savoir et développer des compétences dans la discipline. De même, l'enseignant a recours aux instruments pour transmettre les connaissances aux élèves, et doit donc être en mesure de les manier convenablement et de connaître leur impact sur l'apprentissage des élèves.

Pour montrer l'influence des instruments sur la construction que font les élèves des connaissances, Rabardel a mis en place une expérience. Deux groupes de jeunes élèves d'âge compris entre 14 et 16 ans ont été formés. Rabardel les a alors confrontés à une même tâche, mais avec deux instruments bien distincts. L'activité consistait à déplacer un objet à l'aide de deux robots, un pour chaque groupe.



*Illustration 1: Robot n°1 (Rabardel)*

Le premier groupe d'élèves avait à disposition un robot mécanique dont le bras était commandé à l'aide d'un ordinateur. Les élèves pouvaient exercer sur les articulations du robot un certain nombre de rotations afin que la pince du robot saisisse l'objet en question et le change de place. Pour plus de clarté, l'instrument en question est représenté ci-dessous.

Rabardel a émis l'hypothèse que cet instrument permettrait à l'élève d'acquérir une meilleure conceptualisation de la notion de rotation. Le déroulement de l'activité a confirmé cette hypothèse.

Le second groupe d'élèves avait à disposition un tout autre type de robot. Trois axes (Deux sur le plan du sol et un orienté "vers le haut" était représenté sur des plaques perpendiculaires entre elles. Les élèves devaient, à l'aide d'un ordinateur, saisir l'emplacement que la pince devait avoir afin qu'elle puisse saisir l'objet. Pour cela, ils devaient saisir l'emplacement de trois curseurs placés sur les trois différents axes. Selon Rabardel, cet instrument devait permettre à l'élève d'appréhender la notion de coordonnées et de système de repère à trois dimensions. On trouvera ci-dessous une représentation de ce robot.

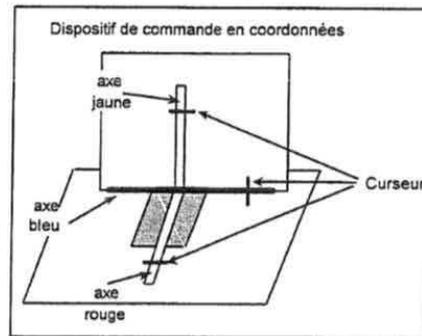


Illustration 2: Robot n°2 (Rabardel)

La tâche proposée par Rabardel au second groupe a permis de mettre en évidence plusieurs niveaux de compréhension et d'appréhension du robot. Tout d'abord, les élèves ont associé les curseurs de l'ordinateur aux articulations du robot. Par exemple, ils avaient associés l'un des curseurs au déplacement de l'épaule du robot. Afin d'attraper un objet, les élèves ont raisonné par tâtonnement en déplaçant le bras du robot de proche en proche et ont adopté les modifications nécessaires sur ordinateur au vu de ce qu'il se passait réellement avec le bras mécanique. Ce point de vue ayant ses limites, notamment le fait qu'il ne soit pas totalement en lien avec la réalité, les élèves ont été obligés de mettre en place un nouveau système de représentation. Les actions résultantes des modifications des paramètres sur l'ordinateur ne vont plus être liées aux articulations du robot, mais à la position spatiale de la pince servant à attraper l'objet. Les modifications des paramètres sur ordinateur ont alors tout leur sens puisque les élèves interagissent directement de l'ordinateur au robot dans une relation qu'ils appréhendent plus facilement. La conséquence des actions numériques est visible et comprise du groupe d'élèves. Les trois curseurs modifiables sur l'ordinateur correspondent à une et une seule position de la pince. Une fois cette bijectivité comprise, c'est toute la notion d'espace repéré à trois dimensions qui est construite par les élèves.

Cependant, chaque instrument est régi par un certain nombre de contraintes. Lorsque l'élève sera confronté à ces contraintes, il devra d'abord les identifier. Par exemple, la forme de l'extrémité d'un tournevis apportera une contrainte à son utilisateur, qui pourra se rendre compte, au bout de plusieurs tentatives, que certaines vis ne peuvent être utilisées avec cet instrument. Une fois identifiée, la contrainte doit être comprise. Dans notre exemple, l'utilisateur doit observer la forme de l'embout du tournevis afin de choisir les vis adaptés. La contrainte peut alors être gérée. Ces contraintes sont liées exclusivement aux spécificités de notre instrument et doivent être gérées afin que ce dernier puisse être utilisé.

L'instrument imposera également à son utilisateur une autre contrainte dans la mesure où il devra structurer sa démarche. En effet, il devra souvent prévoir en amont les étapes de fonctionnement de cet instrument.

Ces notions de contraintes doivent être prises en compte par l'enseignant avant toute utilisation d'un instrument. Il doit savoir comment amener les élèves à les gérer sans détruire l'aspect pédagogique qui découle de l'identification et de la compréhension de celles-ci.

Aussi, l'enseignant doit avoir à l'esprit les différentes possibilités qu'offre l'instrument aux élèves. Il pourra alors différencier les procédures selon le niveau de ses élèves, ou ajouter à une activité une question demandant à l'élève une connaissance plus poussée de l'instrument en question.

## B. Schèmes d'utilisation

Nous avons vu dans la partie 1. qu'un instrument comportait non seulement un, ou plusieurs, artefacts matériels ou symboliques, mais également l'élaboration de structures qui vont permettre à l'utilisateur d'organiser son action. Nous allons maintenant voir de quoi il est question quand Rabardel aborde la notion de schème d'utilisation.

Ces schèmes peuvent être définies comme une organisation mentale regroupant toutes les expériences vécues en lien avec l'artefact. Contrairement à celui-ci, elles sont donc propre à chacun dans la mesure où elles sont le fruit d'expériences personnelles. A chaque fois que l'utilisateur va être confronté à l'outil et à ses différentes contraintes, ces schèmes vont s'adapter et évoluer. Prenons par exemple l'artefact "Voiture". Conçu initialement pour permettre à un individu de se déplacer d'un point d'origine à un point d'arrivée, la voiture devient un instrument une fois liée à l'activité de déplacement. Cet instrument comprend ses propres contraintes et nécessite de l'utilisateur une connaissance particulièrement experte puisqu'un examen est nécessaire pour y avoir accès. A chaque fois qu'un individu utilisera sa voiture, il sera confronté à de nouvelles situations, par exemple le dépassement d'un véhicule particulier comme un convoi exceptionnel ou le glissement du véhicule sur une plaque de verglas. Ces situations vont permettre à l'individu de renforcer ses connaissances et ses réflexes face à une situation dans la mesure où elle aura déjà été rencontrée.

Aussi l'actualisation de ces schèmes permet à l'individu de gérer une situation liée non pas à un seul artefact, mais à toute une famille d'artefacts. Par exemple, une personne qui aura appris à doubler un camion saura le faire avec son véhicule, mais aussi avec toute autre voiture sous réserve d'une transposition aux particularités du nouveau véhicule.

Rabardel met en évidence deux types de dimensions de ces schèmes d'utilisation. D'abord, ces schèmes possèdent une dimension privée. En effet, lorsque je rencontre dans la vie de tous les jours une situation particulière, c'est ma propre expérience que je forge et c'est donc mes propres schèmes d'utilisation que j'actualise. Il y a donc une question d'histoire personnelle en jeu, mais ce n'est pas le seul aspect de ces schèmes : une dimension sociale est également à prendre en compte. En effet, beaucoup de situations que nous rencontrons au quotidien s'effectuent lorsque nous ne sommes pas seul. Ainsi il peut s'agir d'un processus collectif d'adaptation de nos schèmes. On trouve cette dimension sociale par exemple dans le monde éducatif : Les jeunes sont tous confrontés à un problème et sa résolution, bien que personnelle dans un premier temps, sera souvent suivie d'une mise en commun. Les élèves vont alors s'approprier ce qu'on appellera des schèmes sociaux d'utilisation. Ainsi, deux composantes sont nécessaires pour la formation d'un instrument.

- Un artefact, matériel ou symbolique ;
- Un ou plusieurs schèmes d'utilisations, personnels ou sociaux.

Rabardel n'est cependant pas le premier à s'être intéressé à la notion de schème. En 1930, Piaget évoquait les schèmes comme moyens pour assimiler une situation ou un objet auquel l'individu va être confronté.

## C. Genèse instrumentale

Rabardel définit le terme de genèse instrumentale comme la transition entre l'artefact et l'instrument. Cette transition ne sera pas nécessairement la même pour chaque individu. En effet,

deux personnes peuvent attribuer au même outil deux fonctions bien distinctes, et donc former deux instruments différents. Prenons par exemple le cas d'un logiciel de géométrie dynamique lors d'une activité nécessitant la construction d'une figure et la formulation d'une conjecture (Par exemple l'énoncé : *Quelle semble-êre la nature du quadrilatère formé par les milieux des cotés d'un quadrilatère ?*). Certains élèves vont se servir du logiciel pour construire une ou plusieurs figures, puis émettre une conjecture au vu de cette, ou ces, figures. D'autres élèves vont construire une figure, puis utiliser l'aspect dynamique du logiciel en déplaçant les points formant le quadrilatère de base. Ainsi, un outil (le logiciel) va être utilisé de deux manières différentes par les élèves. L'instrument ainsi obtenu ne sera pas le même selon le processus de résolution mis en place.

Cependant, l'instrument n'est pas un outil figé donné à l'individu. Par le biais de nombreuses transformations au cours de ses utilisations, l'instrument évolue. On parle alors de genèse instrumentale. Deux dimensions sont à prendre en compte lors de ce processus :

- Lorsque cette genèse est en lien avec l'individu lui-même, on parle **d'instrumentation**. Les modifications apportées à l'instrument sont directement liées avec les schèmes d'utilisation que l'individu possède sur cet instrument. Il s'agit là d'un processus d'apprentissage. En effet, les schèmes que l'individu s'est créés se développent et des liens se créés entre schèmes déjà existant et nouveaux schèmes mis en place. Ce processus permet à l'individu de conceptualiser ce qu'il est en train de manipuler.
- Lorsque cette genèse est liée avec l'artefact, on peut parler **d'instrumentalisation**. Dans ce cas, ce sont les composantes artefact de l'instrument qui vont évoluer. En effet, l'instrument ne représente pas toujours l'intégralité de l'artefact. Par exemple, dans l'expérience de Rabardel dans les classes, le second groupe d'élève a d'abord considéré les articulations du bras mécanique comme instrument. Au cours de l'activité, ils ont changé leur point de vue et ont finalement décidé de considérer la position de la pince comme instrument. Il s'agit là d'une situation d'instrumentalisation.

La durée de cette genèse instrumentale n'est pas fixée à l'avance. Elle dépend non seulement du type d'activité qu'elle implique, mais également du sujet lui-même. Par exemple, deux individus n'auront pas besoin du même temps d'apprentissage lorsqu'il s'agira de savoir manier une fourchette, ou d'apprendre à conduire un véhicule.

Même si l'instrument est susceptible d'évoluer, il y réside une certaine forme de durabilité. En effet, une fois que l'individu s'est construit un instrument avec ses propres schèmes d'utilisation, cet instrument pourra être mobilisé au cours des situations rencontrées dans le futur. Cependant, cette mobilisation nécessite de l'individu une phase d'appropriation lors de laquelle l'individu se familiarise avec l'objet, construit et mobilise ces schèmes. On retrouve ce concept dans l'enseignement. Les jeunes découvrent et construisent une notion, mais ont besoin d'un certain temps d'appropriation pour pouvoir la mobiliser dans une nouvelle situation qui n'est pas en tous points identique à la première.

Cependant, l'artefact en lui-même ne permet pas de déterminer l'instrument. En effet, l'évolution des schèmes d'utilisation possède, nous venons de le voir, une dimension personnelle. Ainsi il est courant qu'un individu détourne un instrument de son usage premier. C'est ce que Rabardel appelle une situation de catachrèse. On peut définir ce terme comme le détournement d'un instrument de sa fonction initiale. Par exemple, un individu peut avoir recours à un couteau pour dévisser une vis. Même si l'artefact "Couteau" n'a pas été créé initialement pour remplir ce rôle, il permet momentanément de contourner une difficulté rencontrée. Ainsi, l'individu concerné par cette utilisation apporte une réponse qui peut être éphémère ou définitive à une difficulté. Ces détournements sont la preuve que le sujet contribue très fortement à l'attribution d'usages à un

artefact.

Ainsi, lorsque l'individu construit un instrument (C'est à dire lorsque s'effectue une genèse instrumentale), la construction s'opère dans un ensemble plus grand de toutes les potentialités des artefacts et des schèmes d'utilisation qui sont à sa disposition. Ainsi, lorsqu'un sujet élabore un instrument, rien n'empêche qu'il utilise par la suite l'artefact mis en jeu ou les schèmes d'utilisation mis en jeu avec un autre artefact pour construire un nouvel instrument.

Selon Rabardel, il coexiste différentes "zones" conceptuelles dans lesquelles on peut placer, relativement à un sujet, les instruments qu'il se construit. Tout d'abord, l'instrument peut se situer dans ce qu'il appelle la "zone fonctionnelle socialement définie". Cette zone comporte les artefacts associés de leurs usages courants dans la société. Elle ne dépend pas du sujet, mais de la société elle-même. Nous venons de voir que cette zone ne peut pas comporter tous les instruments. En effet, les situations de catachrèse montre que l'usage social d'un artefact ne définit pas tous les instruments que les individus peuvent construire. Il existe donc une autre zone appelée par Rabardel "zone fonctionnelle potentielle". Elle regroupe l'ensemble des usages que l'on peut donner potentiellement à un artefact, non pas cette fois du point de vue de la société, mais du point de vue du sujet. Cette zone ne peut donc pas contenir la première puisque le sujet ne peut pas connaître tous les usages de tous les artefacts reconnus par la société. Une troisième zone, nommée par Rabardel "zone fonctionnelle des instruments réellement développés", qui comporte les usages des artefacts que le sujet a développés. Ces zones peuvent être représentées sous forme de schéma comme on peut le voir ci-dessous.

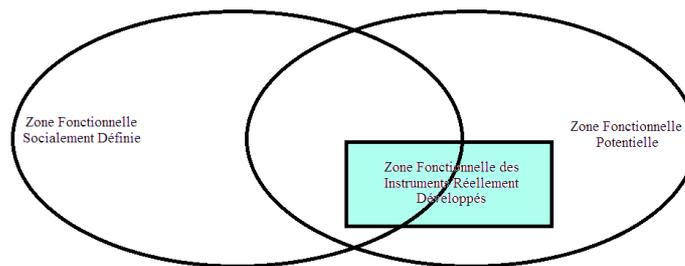


Illustration 3: Schéma : Zones Fonctionnelles

Pour éclairer davantage ce schéma, on peut l'illustrer d'un exemple dont l'artefact mis en jeu sera un niveau à bulle et le sujet un individu quelconque.

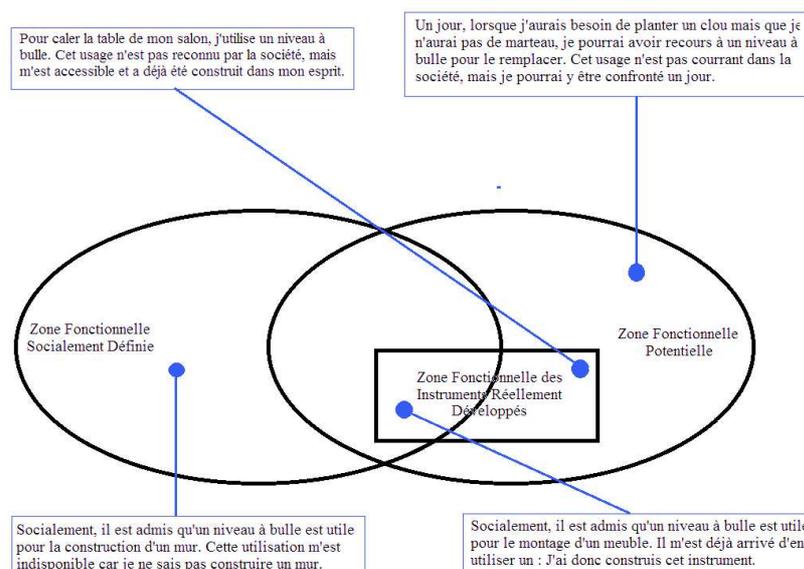


Illustration 4: Schéma : Exemple de Zones Fonctionnelles

Prenons un dernier exemple sur les notions définies par Rabardel. L'objet "Verre" est un artefact dans la mesure où il s'agit d'un outil créé par l'homme, et que ce dernier lui donne une signification lors d'une activité. Il devient un instrument une fois lié à une tâche : celle de boire de l'eau par exemple. Cependant, le concept de genèse instrumentale apparaît dans la mesure où chaque boisson ne se boit pas avec le même verre. L'homme a dû, par le biais de schèmes sociaux d'utilisation, modifier l'artefact "Verre" selon le type de boisson qu'il va verser dedans, d'où la création de verre à eau, de verre à vin, de verre à whisky, de verre à absinthe etc. L'artefact "Verre" peut cependant être détourné de son objectif premier. Par exemple, un individu peut utiliser un verre comme vase, en y entreposant des fleurs. On parle alors de catachrèse.

## D. Instruments et Enseignement

On retrouve ces notions d'instruments dans l'enseignement. En effet, l'approche théorique instrumentale que l'on vient de détailler est très pertinente en didactique des mathématiques dans la mesure où les artefacts utilisés dans cette discipline sont les composants à part entière des apprentissages. Le professeur dispose de tout un attirail d'artefacts comme l'équerre, le rapporteur, le compas, la calculatrice ou encore des logiciels comme GeoGebra ou le tableur. Son rôle est de présenter aux élèves ces instruments et d'amorcer en eux une genèse instrumentale. Ainsi, l'élève va pouvoir développer des schèmes d'utilisation par rapports à ces artefacts, et construire ses propres instruments. C'est alors à l'enseignant de savoir agir sur ces instruments en confrontant les élèves à de nouvelles situations. Ils seront alors amené à mobiliser leurs connaissances et à développer de nouveaux schèmes qu'ils seront en mesure d'exploiter plus tard.

La construction de ces instruments n'est pas un processus immédiat chez les élèves. Le professeur devra non seulement les confronter plusieurs fois à des situations nécessitant l'instrument en question, mais il devra également laisser un temps d'apprentissage des savoirs et un temps de genèse de l'instrument mis en jeu.

Célèbre pour ses travaux en psychologie du développement, le psychologue biélorusse Lev Vygotski a notamment contribué à l'introduction de la notion de développement intellectuel non pas comme un processus qui serait individuel, mais comme un processus dépendant des groupes humains. Vygotski est également à l'origine du concept de zone proximale de développement liant les instruments et la pédagogie mise en place par l'enseignant.

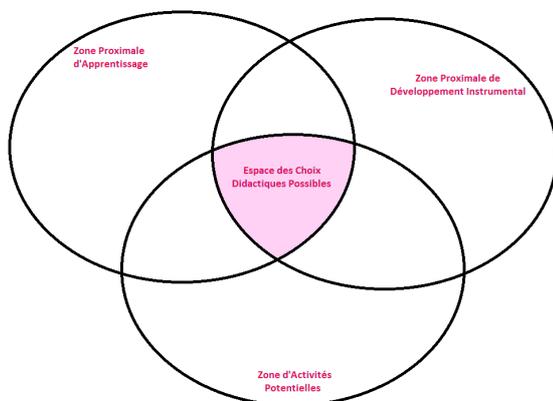


Illustration 5: Schéma : Zones Proximales

Pour cela, il définit trois zones distinctes. La première, appelée « Zone Proximale d'Apprentissage » regroupe toutes les connaissances et les savoir-faire que les élèves auront comme objectif de maîtriser. Ces savoirs mathématiques peuvent être par exemple les attendus du programme. La seconde zone, appelée par Vygotski « Zone Proximale de Développement Instrumentale » regroupe les différents artefacts que les élèves vont disposer pour conceptualiser les notions de la zone première zone. La troisième zone, « Zone d'Activités Potentielles » regroupe les activités que le professeurs peut proposer à ses élèves afin de mettre en pratique les connaissances de la première zone, en utilisant les artefacts de la seconde zone. L'intersection de ces trois zones proximales constitue un espace où le professeur peut opérer des choix didactiques en choisissant des situations mettant en jeu l'instrument, ou les instruments, dont l'élève aura besoin de construire ou de mobiliser.

En ce qui concerne les travaux effectués en didactique des mathématiques, on peut citer Rossana Falcade qui, dans sa thèse de doctorat, évoque la construction pour l'élève de la notion de fonction à l'aide de plusieurs instruments du logiciel Cabri Géomètre. D'autres supports ont été étudiés comme la calculatrice (Luc Trouche) ou encore le tableur (Haspekian)

## **E. Conclusion**

De par l'étude des travaux de Rabardel, nous avons dégagé de nombreux concepts comme celui d'artefact, d'instrument, de genèse instrumentale, de schème d'utilisation ou encore de catachrèse. Avant tout développement sur le tableur, il était nécessaire de définir ces notions afin de pouvoir décrire avec un vocabulaire plus adapté l'outil que représente le tableur, et son utilisation au sein d'une salle de classe.



## II. Le tableur dans l'enseignement des Mathématiques

Dans cette seconde partie, nous nous intéresserons à la place de l'outil tableur dans l'enseignement des mathématiques en France. Il s'agira dans un premier temps de passer en revue les programmes pour essayer de dégager quel type d'utilisation le tableur pourrait avoir en classe, que ce soit lors d'une séance informatique devant un ordinateur, lors d'une projection au tableau via un vidéo projecteur lors de la résolution d'un exercice, ou hors de la classe, dans le cadre d'un Devoir en Temps Libre. Puis, nous verrons en quoi le tableur permet de travailler les compétences que les élèves doivent développer tout au long de leur scolarité. Enfin, il s'agira d'analyser les différents usages du tableur en les illustrant de quelques problèmes.

### A. La place du tableur dans les programmes

Il s'agira dans cette partie d'analyser la place que prend l'enseignement des TICE dans l'enseignement des mathématiques par le biais des programmes officiels. Nous nous focaliserons sur les programmes du cycle 3, du cycle 4 et de Seconde dans la mesure où les programmes des classes après la seconde reprennent globalement les mêmes idées que celui de Seconde.

- **Cycle 3**

L'utilisation des TICE (Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement) est un enjeu de l'apprentissage des mathématiques dans le secondaire. Il permet en effet de développer de nombreuses compétences chez les élèves, et ce dès le cycle 3, dit cycle de consolidation. D'après le bulletin officiel présentant les programmes du cycle 3, « la résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques ». Ainsi, « on veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements. » . Des outils informatiques, adaptés aux exigences du cycle, peuvent alors être le moyen d'enrichir la résolution d'un problème par de nouvelles procédures, et de commencer dès le début du secondaire, à développer des schèmes d'utilisation. En effet, les élèves qui dès le début du collège sont confrontés aux outils numériques auront généralement plus de facilité à les mobiliser par la suite. Le processus de genèse instrumentale décrit par Rabardel se met alors en place : L'artefact « Tableur » devient peu à peu un instrument pour l'élève.

- **Cycle 4**

On retrouve également dans le bulletin officiel du cycle 4, dît des approfondissements, la nécessité pour l'enseignant de faire entrer les outils numériques dans sa pratique éducative, et de permettre à l'élève de développer tout au long du cycle ce que Rabardel nomme des schèmes d'utilisation. « Les pratiques d'investigation (essai-erreur, conjecture-validation, etc.) sont essentielles et peuvent s'appuyer aussi bien sur des manipulations ou des recherches papier/crayon, que sur l'usage d'outils numériques (tableurs, logiciels de géométrie, etc.). ».

Il est également stipulé dans le bulletin officiel du cycle 4 que l'élève doit s'entraîner à pouvoir passer d'un mode de représentation à un autre. La considération des logiciels informatiques permet non seulement d'ajouter une représentation numérique, voir graphique, mais également de consolider le passage d'un registre à un autre.

On retrouve dans le programme une référence au tableur à plusieurs reprises, et sur des thèmes variés. L'utilisation du tableur par les élèves constitue donc un réel enjeu qu'il faudra consolider tout au long du cycle. On le retrouve entre autres dans :

- La recherche des diviseurs d'un nombre en arithmétique, et la décision de la primalité d'un nombre entier ;
- Le calcul des indicateurs de positions (Moyenne, médiane...) et de dispersion (Étendue...) d'une série statistique ;
- La représentation graphique d'une liste de données par un diagramme en bâtons, diagramme circulaire ou histogramme ;
- La simulation d'une expérience aléatoire à une ou deux épreuves en probabilité, et l'observation du phénomène de stabilisation des fréquences dans le cas d'un nombre important de simulations ;
- Le passage d'un mode de représentation numérique à un mode de représentation graphique d'une fonction en utilisant un tableau de valeur.

- **Seconde**

D'après le bulletin officiel des programmes de Seconde, l'utilisation des logiciels de géométrie dynamique, de calcul formel, de programmation ou de tableur « développe la possibilité d'expérimenter et ouvre largement la dialectique entre l'observation et la démonstration ».

Le programme insiste également sur la régularité que doivent prendre les utilisations des différents logiciels. Ces utilisations peuvent avoir lieu à de nombreux moments dans l'année et peuvent revêtir plusieurs modalités :

- En classe, lors de séances informatiques dans lesquelles l'élève est mis en activité devant un poste informatique ;
- En classe, lors de séances « ordinaires » dans lesquelles le professeur manipule un logiciel depuis son ordinateur, dont l'écran est projeté au tableau (à l'aide par exemple d'un vidéo-projecteur) ;
- Hors classe, par le biais d'un Devoir en Temps Libre par exemple.

On peut citer, même s'il ne s'agit pas ici d'en faire une liste complète, quelques applications que peuvent avoir le tableur dans les programmes de la classe de Seconde. L'élève pourra par exemple avoir recours au tableur pour réaliser l'étude d'une série statistique, ou pour mettre en place la conception et l'exploitation d'une simulation de situations concrètes dans le cadre des probabilités et de l'échantillonnage.

## **B. Liens entre tableur et compétences**

Au cours de leur scolarité, les élèves doivent développer un certains nombres de compétences. Certaines de ces compétences sont générales et il est possible de les travailler dans plusieurs disciplines (Apprendre à travailler en groupe, Développer de l'autonomie...). D'autres en revanche sont plus disciplinaires. En Mathématiques, on en dénombre six. Il s'agira de comprendre en quoi l'utilisation d'un tableur permet le développement de ces compétences.

### **1. Chercher**

Le tableur est un logiciel composé d'une très grande quantité de fonctionnalités. En effet, plus d'une centaine de fonctions sont proposées aux élèves, ainsi que la possibilité de créer des graphiques, de modifier le format des cellules ou d'en étirer le contenu à volonté. Face à un problème, l'une des premières difficultés que va rencontrer l'élève est de savoir quels sont les outils nécessaires pour sa résolution. Ainsi, il devra sélectionner sur le logiciel un éventail de fonctionnalités qui pourront lui être utiles. Ce choix contribue entièrement au développement de la compétence « Chercher » dans la mesure où c'est à l'élève d'extraire les informations importantes de l'énoncé et de choisir les outils appropriés pour la traiter.

Même s'il n'apporte pas toujours une réponse théorique et exacte, le tableur peut être un outil efficace pour une démarche empirique. Le fait de pouvoir faire référence à certaines cellules permet d'effectuer efficacement des tests. Ainsi, l'élève s'engage dans une démarche d'expérimentation qui peut lui permettre d'approcher une solution par un raisonnement d'Essais-Erreurs. On pourra lui demander dans un second temps d'adopter une résolution plus experte qui lui permettra de valider ou d'infirmer ce résultat expérimental. De plus, le tableur peut être utile pour émettre une conjecture (La limite d'une suite par exemple) qu'il faudra par la suite réussir à démontrer.

L'élève a la possibilité d'agencer sa feuille de calcul comme il le souhaite. Il peut ainsi décider de scinder son problème en sous-problèmes dont la résolution, plus simple, pourra être traitée dans une zone spécifique et facilement identifiable par l'élève sur sa feuille de calcul.

### **2. Modéliser**

Un problème ouvert ne mentionne pas toujours la possibilité d'avoir recours à un logiciel tel que le tableur. Ainsi, il peut s'agir d'une réelle mobilisation de la compétence « Modéliser » que de comprendre comment transcrire une situation qui est située a priori dans un contexte réel sur une feuille de calcul. En effet, les élèves peuvent avoir besoin d'introduire une ou plusieurs variables qui ne figurent initialement pas dans l'énoncé. De plus, il sera souvent intéressant de modéliser une caractéristique par un nombre. Par exemple si le problème met en scène le lancer d'une pièce de monnaie, il peut être intéressant de modéliser un « Pile » par un nombre, et un « Face » par un autre nombre, que le logiciel déterminera aléatoirement.

Le travail d'élaboration d'une simulation permettant, par exemple, de calculer une probabilité demande une maîtrise particulièrement experte de l'outil tableur. Ainsi, le professeur pourra commencer par proposer aux élèves des situations dans lesquelles la modélisation est déjà établie, et dont il s'agit de la valider ou de la commenter. Ainsi, l'élève développera une autonomie de plus en plus importante et sera en mesure, à long terme, de proposer lui-même une modélisation d'un problème plus ouvert.

### 3. Représenter

L'outil tableur est très propice à la mobilisation de la compétence « Représenter ». En effet, comme beaucoup de logiciels informatiques, le tableur possède un langage et une syntaxe qui lui sont propres. L'apprentissage de cette syntaxe est nécessaire pour passer d'une instruction mentale (Additionner le contenu de plusieurs cellules par exemple) au remplissage de la cellule (Utilisation de la fonction SOMME, appel de plusieurs cellules, différence des symboles « : » et « ; »...).

D'autre part, le logiciel permet de passer d'un mode de représentation numérique, avec une liste de nombres, à un mode de représentation graphique. Par exemple, l'élève peut remplir deux colonnes dont la seconde contiendra les images des valeurs de la première par une fonction donnée. Ainsi, un nuage de point pourra représenter les différents points de la courbe représentative de la fonction, permettant ainsi à l'élève de se faire une idée de l'allure de celle-ci. Aussi, la compétence « Représenter » est très présente dans les problèmes liés aux statistiques. L'élève aura à disposition une série de nombres représentant une série statistique, et pourra visualiser et analyser plus aisément cette série en la représentant graphiquement, à l'aide d'un graphique tel un diagramme en boîte, un diagramme circulaire, un nuage de points ou encore un histogramme.

On peut également souligner le fait que le logiciel permet de travailler avec plusieurs représentations d'un même nombre. En effet, il est possible d'indiquer au logiciel que la valeur que l'on a rentrée dans une case n'est pas un simple nombre, mais un pourcentage, une monnaie, une date ou encore une heure. Il est également possible de transformer un nombre décimal en une fraction, ou encore de choisir le nombre de chiffre inscrits après la virgule lors de l'affichage d'un nombre décimal. Ces différentes commandes peuvent être utilisées par le professeur afin de faire travailler les différentes représentations d'un nombre aux élèves.

### 4. Calculer

De par sa fonction première, le tableur s'avère être un outil permettant aux élèves de développer leur faculté à opérer des calculs. On peut noter tout d'abord que le tableur peut exécuter des opérations (Addition, Soustraction, Multiplication, Division), calculer la puissance d'un nombre ou son cosinus comme une calculatrice le ferait. La différence majeure de cet outil et de la calculatrice est le fait que l'on puisse faire appel à une ou plusieurs cellules dans un calcul. De ce fait, celui-ci est automatisé et la modification de la valeur inscrite dans une cellule influe sur la valeur de toutes celles y faisant référence.

De nombreuses fonctions pré-enregistrées dans le logiciel permettent un calcul automatisé beaucoup plus ergonomique d'un grand nombre de caractéristiques, et ce dans de nombreux domaines. Le détail de ces fonctions et de leurs utilisations lors de la résolution d'un problème sera le sujet de la prochaine sous-partie de ce mémoire.

L'outil tableur permet également de mettre en place des algorithmes afin de pouvoir répondre à un problème. En effet, la notion de variable peut être remplacée par l'appel à une cellule. De plus, l'élève dispose de la fonction SI pour programmer sur tableur une structure conditionnelle et peut utiliser l'étirage de cellules comme structure itérative. On verra par la suite un exemple de construction d'algorithme sur tableur à travers la recherche d'un PGCD de deux nombres entiers naturels.

## 5. Raisonner

On ne peut complètement dissocier le travail des autres compétences de celui de la compétence « Raisonner ». En effet, pour pouvoir demander au logiciel d'effectuer un calcul, l'élève doit d'abord avoir réfléchi à quels outils utilisés parmi la multitude à disposition. Si le tableur peut permettre à l'élève de réaliser certains calculs à sa place, il ne peut pas lui fournir le raisonnement adapté à la résolution du problème. Ainsi, c'est à l'élève de développer une procédure, puis à s'appuyer sur les résultats qu'affiche le tableur pour conclure.

L'élève aura alors la tâche non seulement de mobiliser ses connaissances de cours, à savoir les définitions et propriétés mis en jeu, mais également à savoir comment coupler ces connaissances avec l'outil tableur afin de fournir une réponse appropriée à un problème. Certaines fois, la réponse tiendra un rôle de conjecture auquel une démonstration plus experte et rigoureuse pourra succéder. D'autres fois, la réponse fournie par le tableur sera exacte, par exemple lors du calcul d'un terme d'indice donné d'une suite définie par son premier terme et par une formule de récurrence.

## 6. Communiquer

Comme vu plus haut, le tableur possède sa propre syntaxe, et la maîtrise de cette syntaxe permettra au tableur de passer du statut d'artefact à celui de réel instrument, dont l'élève pourra avoir recours tout au long de sa scolarité. Pour cela, il est nécessaire que l'élève soit rapidement confronté au tableur, et à ses différentes spécificités. Au cours des différentes activités proposées à l'élève, la compétence « Communiquer » sera présente dans la mesure où l'élève devra constamment opérer la conversion entre le langage courant, oral, et le langage formel du logiciel.

De plus, dans le cas où le logiciel indiquerait une erreur, l'élève doit être capable d'en faire part au professeur en étant le plus clair possible s'il veut être compris. L'utilisation du tableur l'entraîne donc, dans une certaine mesure, à s'exprimer à l'oral que ce soit avec un professeur, ou avec ses pairs.

# C. Multiplicité des usages du tableur

Dans cette dernière partie, nous passerons en revue les différents usages que le tableur peut avoir. Les propos tenus seront illustrés d'exemples concrets permettant la mise en activité des élèves. Il ne s'agit pas ici d'être exhaustif, mais de proposer quelques pistes de travail et d'analyses succinctes sur les usages principaux du tableur.

## 1. Outil de Calcul

Le tableur est un outil puissant de calcul. En effet, il est capable de réaliser des calculs complexes à la manière d'une calculatrice mêlant à la fois des opérations (Additions, soustractions, multiplications et divisions), et des fonctions (Puissance, fonctions trigonométriques...).

De nombreuses fonctions pré-enregistrées dans le logiciel permettent un calcul automatisé beaucoup plus ergonomique d'un grand nombre de caractéristiques, et ce dans de nombreux domaines :

- En statistique par exemple, les fonctions MOYENNE, VAR, MEDIANE, MIN, MAX, QUARTILE ou ECARTYPE qui permettent de calculer respectivement la moyenne, la variance, la médiane, le minimum, le maximum, le premier et le troisième quartile et l'écart type d'une série statistique ;
- En probabilité de nombreuses fonctions permettent de calculer des probabilités des événements «  $X = k$  » et «  $X \leq k$  » pour des variables aléatoires suivant une loi binomiale (LOI.BINOMIALE), une loi exponentielle (LOI.EXPONENTIELLE) ou encore une loi normale (LOI.NORMALE). Aussi, les fonctions COMBIN et COMBINA permettent de calculer le nombre de combinaisons que l'on peut former avec un certain nombre d'éléments, respectivement sans et avec répétition. Cela peut s'avérer utile lors de la recherche d'une probabilité dont l'univers ne comporte pas un nombre d'issues simple à déterminer ;
- En arithmétique, le logiciel permet par exemple de calculer le reste de la division euclidienne de deux entiers (MOD) ou de déterminer le PGCD et le PPCM de deux entiers (Fonctions PGCD et PPCM) ;
- De nombreuses autres fonctions sont intéressantes à connaître et utilisables dans beaucoup de problèmes dans la mesure où elles automatisent un calcul qui pourrait s'avérer fastidieux voir irréalisable à la main. On peut citer par exemple la fonction SOMME qui calcule la somme d'une série de nombres et la fonction NB.SI qui compte le nombre d'apparitions d'une valeur, d'une lettre ou d'un texte dans une page de données.

Le logiciel est pourvu de beaucoup d'autres fonctions, peut être moins « classiques » dans leur utilisation habituelle dans l'enseignement des mathématiques, qui peuvent permettre de créer des problèmes auxquels confronter les élèves. Même s'il ne s'agit pas d'en faire une liste exhaustive ici, on peut cependant regrouper ces fonctions en quelques catégories, toujours dans une optique d'utiliser le tableur comme outil de calcul.

- Un certain nombre de fonctions permettent de manipuler des données qui ne sont pas des nombres réels, mais des dates ou des heures. Ainsi, il sera possible pour l'élève d'avoir recours à des fonctions pour calculer le nombre de jours séparant deux dates (Fonction JOURS) ou le nombre de semaines séparant deux dates (Fonction SEMAINES).
- Le contenu d'une cellule, s'il n'est pas toujours une valeur réelle, peut également s'avérer être un booléen. Il s'agira alors d'expliquer aux élèves ce qu'est un booléen et comment utiliser les fonctions permettant de les manipuler. On pourra penser aux fonctions NON, OU, ET, SI qui permettent de développer les capacités logiques de l'élève à travers un problème qui ne serait pas spécifiquement lié aux connaissances mathématiques du programme, mais qui s'inscrirait dans un renforcement de la culture générale, et plus particulièrement des opérateurs logiques que l'élève pourra être amené à rencontrer s'il poursuit ses études.
- Il existe également tout un attirail de fonctions liés aux notions de matrices, exploitables en classe de Terminale Scientifique, Spécialité Mathématiques. Ces fonctions permettent entre autres de calculer automatiquement le produit de deux matrices, d'inverser une matrice inversible ou encore de calculer le déterminant d'une matrice. Il est tout à fait envisageable de créer une activité dont l'objectif serait de manipuler des matrices dont aucune propriété du cours ne permet l'étude, par exemple au travers l'inversion de matrice carrée de taille importante.

A partir de la classe de 1<sup>ère</sup>, les élèves peuvent avoir recours à une feuille tableur afin de calculer les termes d'une suite définie par récurrence du type  $u_{n+1} = f(u_n)$ ,  $f$  étant une fonction définie pour tout entier positif  $n$ , et dont nous connaissons le premier terme. Ainsi, lorsque aucune formule ne pourra donner directement le terme  $u_{500}$  d'une suite définie par récurrence, le tableur permettra à l'élève de calculer les 499 termes précédents nécessaires au calcul de  $u_{500}$ .

Une autre application possible du tableur dans une optique de calcul est le cryptage d'un texte grâce à un chiffrement affine qui peut faire le sujet d'une séance informatique dès le cycle 4 dans la mesure où seuls quelques rudiments d'arithmétique sont requis.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	a =	5								
2	b =	14								
3										
4			Texte Clair	b	o	n	j	o	u	r
5										
6			Conversion	98	111	110	106	111	117	114
7			Rang de la lettre (- 97)	1	14	13	9	14	20	17
8			Application de $f$	19	84	79	59	84	114	99
9			Reste de la DE par 26	19	6	1	7	6	10	21
10			Code (+ 97)	116	103	98	104	103	107	118
11										
12			Texte Codé	t	g	b	h	g	k	v
13										
14										

Illustration 6: Exemple de Chiffrement Affine

Un texte clair est écrit, en ligne, avec une seule lettre par cellule. Le principe est le suivant : on associe chaque lettre de l'alphabet à un nombre situé entre 0 et 25. On calcule ensuite l'image de ce nombre par une fonction affine  $f(x) = ax + b$ . Si cette image est supérieure strictement à 25, on calcule le reste de la division euclidienne de ce nombre par 26. Les nombres ainsi obtenus sont alors codés avec les lettres associées et le texte codé est affiché. Pour des raisons mathématiques que nous ne développerons pas ici car ce n'est pas le sujet, le paramètre  $a$  doit être premier avec 26. Si ce n'est pas le cas, différentes lettres pourront être codés par une même lettre.

L'élève aura besoin de la fonction CODE, qui convertit une lettre en un nombre (De 97 pour le « a » au 122 pour le « z »), de la fonction CAR qui convertit un nombre en une lettre et de la fonction MOD qui calcul le reste de la division euclidienne de deux nombres.

Il est possible, dans le cadre d'un travail d'approfondissement, de complexifier le sujet. Au lieu d'être initialement séparé, le mot est donné en entier et c'est à l'élève d'en extraire les lettres. Pour cela, il pourra avoir recours aux fonctions NBCAR qui compte le nombre de caractères présents dans une cellule et STXT qui extrait une lettre dans une chaîne de caractères.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Texte :	Bonjour						
3								
4	Nombre de Caractères :	7						
5								
6	Rang de la lettre	1	2	3	4	5	6	7
7	Extraction des lettres	B	o	n	j	o	u	r
8								
9								
10								

Illustration 7: Approfondissement

Un autre travail d'approfondissement, au programme de Terminale Scientifique Spécialité, pourrait constituer en l'étude du déchiffrement d'un message crypté.

## 2. Outil d'Investigation

Le fait qu'il puisse effectuer rapidement un très grands nombre de calcul permet au tableur d'être un outil puissant d'investigation. En effet, on l'a vu dans la sous-partie précédente, le tableur permet de développer la compétence « Chercher » dans la mesure où il favorise le raisonnement par essais successifs.

Par exemple, considérons le problème suivant : « On considère un cube de coté 7 cm. Combien doivent mesurer chaque arrête pour que le cube voit son volume doublé ? ».

	A	B	C	D
1	Coté :	7	cm	
2	Volume :	343	cm <sup>3</sup>	
3				
4	On souhaite un Volume de :	686	cm <sup>3</sup>	
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				

Illustration 9: Exemple de problème d'investigation : Procédure 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Coté :	7	cm								
2	Volume :	343	cm <sup>3</sup>								
3											
4	On souhaite un Volume de :	686	cm <sup>3</sup>								
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											

Illustration 8: Exemple de problème d'investigation : Procédure 2

Plusieurs pistes peuvent-être choisies : La première demande à l'élève de remplacer la valeur d'une cellule jusqu'à ce que la valeur d'une seconde cellule y faisant référence soit suffisamment proche d'une valeur recherchée. Il s'agit là d'une méthode par tâtons rendue possible par l'interface du tableur. Une seconde méthode se rapprocherait d'une méthode par balayage, rendu ici possible par la capacité de calcul du tableur. Ces deux méthodes rendent bien compte de la capacité du tableur à développer l'autonomie et la recherche autour d'un problème.

## 3. Outil de Gestion de données

Dans la vie quotidienne, nous sommes tous amenés à rencontrer des données chiffrées. Il peut s'agir de températures à différentes saisons, du chiffre d'affaire d'entreprises, du salaire de plusieurs employés, de notes liées à une évaluations etc... Il est difficile d'avoir une vue d'ensemble de ces données quand elles sont en trop grands nombres. Ainsi, il est possible d'avoir recours à un tableur non seulement pour regrouper ces données de façon à ce que certaines de leurs caractéristiques soient plus visibles (Par exemple en les rangeant par ordre croissant, ou en ayant recours à des couleurs pour les trier), mais aussi pour pouvoir les analyser. En effet, de nombreuses fonctions permettent de calculer la moyenne, la médiane, les quartiles ou tout autre indicateurs de position ou de dispersion d'une série statistique.

L'élève a également la possibilité de représenter ces séries de données sous forme de diagramme afin de mettre en évidence le comportement de celles-ci.

L'analyse d'une série statistique pourra être le cœur de séances informatiques. Des valeurs, si possible issues d'une situation réelle, sont fournies aux élèves. On peut alors leur demander de dégager une analyse, pas forcément longue ni rigoureusement rédigée, qui rend compte des caractéristiques de la série (Hétérogénéité ou homogénéité d'une série, Croissance d'une quantité, évolution d'un état...).

## 4. Outil de Simulation

Le tableur est également intéressant dans le cadre des probabilités. En effet, certaines fonctions permettent de « simuler le hasard ». On peut citer par exemple les fonctions ALEA() qui affiche un réel aléatoire entre 0 et 1, et ALEA.ENTRE.BORNES qui simule le tirage d'un nombre entier entre deux entiers donnés.

Ces fonctions permettent alors de simuler des expériences aléatoires comme le lancer d'une pièce de monnaie, le tirage d'une carte, ou, nous le verrons dans la partie III, le sexe d'un nouveau né.

Le tableur permet alors de réaliser un très grand nombre de fois une expérience aléatoire et, en utilisant la loi des grands nombres, d'estimer empiriquement une probabilité.

## 5. Outil d'Algorithmique

Il s'agit là encore de voir l'outil tableur comme un outil de calcul, mais en ajoutant cette fois une dimension algorithmique. Pour cela, la notion de variable peut être représentée par l'appel à une cellule dont le contenu pourrait être modifié par l'utilisateur. Des structures conditionnelles peuvent être intégrées grâce à la fonction SI. L'étirage des cellules permettra la mise en place de boucles itératives.

Les notions d'algorithmiques prennent une place de plus en plus importante dans l'enseignement des mathématiques en France, il suffit de comparer les programmes de mathématiques des dernières années avec celui qui sera en vigueur l'année prochaine pour la classe de Seconde. Ainsi, l'utilisation du tableur peut être un complément à l'apprentissage de l'algorithmique au cours de la scolarité de l'élève, qui pourra ainsi voir chacune des notions citées dans le paragraphe précédent sous un autre point de vue.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	a	267								
2	b	189								
3										
4										
5			a	=	b	*	q	+	r	
6			267	=	189	*	1	+	78	
7			189	=	78	*	2	+	33	
8			78	=	33	*	2	+	12	
9			33	=	12	*	2	+	9	
10			12	=	9	*	1	+	3	
11			9	=	3	*	3	+	0	
12										

Illustration 10: Programmation de l'Algorithme d'Euclide

On peut dès lors citer un exemple d'implémentation d'un algorithme dans une feuille de calculs. Il s'agit d'automatiser la recherche du PGCD de deux nombres naturels grâce à la programmation de l'algorithme d'Euclide. Ce type d'exercice est envisageable autant au cours du cycle 4 qu'en Terminale S Spécialité Mathématiques, dans le cadre d'un travail sur les notions d'arithmétique. Pour y parvenir, l'élève pourra avoir recours à la fonction ENT, qui donne la partie entière d'un décimal afin de déterminer ici le quotient de la division euclidienne de deux nombres, et la fonction MOD qui donne le reste de la division euclidienne entre deux nombres. L'extrait de la feuille de calcul ci-dessous donne un aperçu du rendu final de l'algorithme d'Euclide programmé et peut faire l'objet d'une séance informatique plus ou moins guidé selon les compétences que le professeur veut faire travailler chez ses élèves

## D. Les limites du tableur

Comme tout logiciel informatique, le tableur comporte des limites liées à sa capacité de mémoire. Par exemple, le logiciel Excel comporte 1 048 576 lignes et 16 384 colonnes, il ne permet une précision numérique que de 15 chiffres, et ne peut pas contenir de nombre négatif inférieur à  $-2,2251 \times 10^{-308}$  ou de nombre positif supérieur à  $9,9999999 \times 10^{307}$ . Il est intéressant pour le professeur d'avoir conscience de ces limites afin de pouvoir proposer aux élèves des données que le logiciel pourra gérer.

Il existe un tout autre type de limite susceptible d'être rencontré par les élèves, et qui mérite d'être connu. En effet, le tableur n'effectue pas les calculs avec des nombres décimaux, mais avec des nombres binaires. Lorsqu'on effectue le calcul «  $10 \times 0,7 - 6,3$  », on trouve le nombre 0,9. Le tableur, lui, effectue le calcul avec des nombres binaires et se retrouve obligé de l'approcher. Un seul arrondi ne change pas forcément beaucoup le résultat obtenu, mais une succession d'arrondis peut être lourde de conséquences sur le résultat obtenu.

Le site Maths-et-tiques propose une activité très instructive permettant non seulement de rendre compte de ce problème d'arrondis, mais aussi de mobiliser les notions de suites vues en classe de Première.

n	$u_n$
0	0,7
1	0,7
2	0,7
3	0,7
4	0,7
5	0,7
6	0,7000000001
7	0,7000000011
8	0,7000000109
9	0,7000001086
10	0,7000010856
11	0,7000108555
12	0,7001085551
13	0,7010855514
14	0,710855514
15	0,8085551402
16	1,7855514019
17	11,5555140186
18	109,2551401856
19	1086,2514018557
20	10856,2140185571
21	108555,840185571
22	1085552,10185571
23	10855514,7185571
24	108555140,885571
25	1085551402,55571
26	10855514019,2571
27	108555140186,271
28	1085551401856,41
29	10855514018557,8
30	108555140185572

Illustration 11: Valeurs des 30 premiers termes la suite  $(u_n)$

On considère la suite  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 0,7$  et définie par la relation de récurrence  $u_{n+1} = 10u_n - 6,3$ . La première partie consiste à calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  puis à démontrer que la suite est constante.

L'élève doit alors utiliser le tableur pour lire les 30 premiers termes de la suites. Alors qu'ils sont supposés tous être égaux à 0,7, on voit très clairement que ce n'est pas le cas.

La petite erreur d'arrondis aura au final une répercussion importante sur le résultat final.

## III. Partie Pratique

Afin d'illustrer les propos rencontrés dans les parties précédentes, j'ai proposé à mes élèves tout au long de l'année quelques séances informatiques nécessitant l'outil Tableur. Seront exposées ici trois de ces séances informatiques avec leur analyse a priori, le déroulement de la séance et l'analyse a posteriori associée.

### A. Séance n°1

**Date :** Mardi 22 Novembre 2016 et Vendredi 22 Novembre 2016

**Classe :** Seconde, en demi-groupe

**Séquence dans laquelle s'inscrit la séance :** Les Statistiques Descriptives

**Objectifs de la séance :**

- Développer la capacité à prendre seul des initiatives ;
- Découvrir ou réactiver des outils dans le tableur ;
- Réactiver la notion de moyenne et les différentes représentations graphiques d'une série statistique ;
- Développer les compétences d'argumentation et de rédaction par l'écriture d'un court article.

**Extraits du Programme Concerné :**

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<b>Statistique descriptive, analyse de données</b> Caractéristiques de position et de dispersion <ul style="list-style-type: none"><li>• médiane, quartiles ;</li><li>• moyenne.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Utiliser un logiciel (par exemple, un tableur) ou une calculatrice pour étudier une série statistique.</li><li>• Passer des effectifs aux fréquences, calculer les caractéristiques d'une série définie par effectifs ou fréquences.</li><li>• Calculer des effectifs cumulés, des fréquences cumulées.</li><li>• Représenter une série statistique graphiquement (nuage de points, histogramme, courbe des fréquences cumulées).</li></ul>	L'objectif est de faire réfléchir les élèves sur des données réelles, riches et variées (issues, par exemple, d'un fichier mis à disposition par l'INSEE), synthétiser l'information et proposer des représentations pertinentes.

*Illustration 12: Extrait du programme de Seconde*

## 1. Analyse a priori

Un très grand nombre de mes élèves désirent se diriger vers une 1<sup>ère</sup> ES ou une 1<sup>ère</sup> L (Au moins une quinzaine d'après la fiche de renseignement que je leur ai fait remplir au début d'année). Aussi il me semblait pertinent de varier le type d'activité et de stimuler ces élèves sur un problème qui aurait pu les concerner davantage que les activités mathématiques habituelles. Au même moment, je cherchais une activité pour introduire le chapitre sur les statistiques descriptives. Je suis alors tombé sur une activité qui, une fois remaniée, me paraissait intéressante dans le manuel Odyssée Seconde, de 2010. L'activité finale proposée au élève se trouve en Annexe 1, et me semble combler ces deux attentes.

L'objectif principal de cette activité est la rédaction d'un article de journal. Elle rentre entièrement dans le programme officiel de l'enseignement commun de français en classe de seconde générale et technologique. En effet, il s'agit là de "Pratiquer diverses formes d'écriture (fonctionnelle, argumentative, fictionnelle, poétique, etc.)" en entraînant les élèves à l'écriture d'invention, épreuve proposée chaque année aux élèves de 1<sup>ère</sup> des séries générales. De plus, les élèves pourront développer leur capacité à argumenter leurs propos avec des arguments se basant ici sur des données mathématiques.

Le programme officiel préconise de travailler sur des données statistiques réelles. Même si cette condition n'est pas tout à fait respectée (J'ai changé l'année pour qu'elle soit plus actuelle et quelques valeurs de températures), les valeurs du tableau sont cohérentes avec ce que l'on peut obtenir dans la vie courante. Le document ressource pour la classe de Seconde "Probabilités et Statistiques", que l'on peut trouver sur le site Eduscol, stipule que "Le travail statistique sur données réelles, brutes ou préalablement traitées à l'aide incontournable de l'outil informatique, est de nature à favoriser la prise d'initiative et la conduite de raisonnements pour interpréter, analyser ou comparer des séries statistiques sur des sujets en prise avec l'actualité des élèves".

En amont de cette heure de cours, le document de base, c'est à dire la page du tableur comportant les différentes valeurs, doit être placée dans un dossier commun au professeur et aux élèves. Ainsi, ces derniers ne perdront pas le 20 premières minutes de la séance à recopier les valeurs de l'énoncé. Aussi, à la fin de la séance, les élèves devront déposer leur document tableur dans un dossier commun pour que je puisse les récupérer ultérieurement.

Je pense cette activité particulièrement ouverte dans la mesure où rien n'est imposé : L'élève peut avoir recours à des indicateurs de position comme les moyennes ou les médianes et des indicateurs de dispersion comme les quartiles et l'écart interquartile. Il peuvent également trier les données dans des intervalles (La notion a été étudié au début de l'année) et en déduire des effectifs ou des fréquences. L'élève peut également construire tout type de graphique grâce au tableur : Diagramme en bâtons, nuage de points ou diagramme circulaire. Sur ces graphiques, il peut choisir de représenter les températures minimales, moyennes et maximale d'une même ville, ou bien de comparer les deux villes en faisant apparaître les deux séries relatives au même caractère.

C'est la première fois que nous allons travailler ensemble sur un tableur cette année. Aussi, cette séance informatique est un excellent moyen de voir le niveau de la classe face à l'outil tableur. Je pourrai alors prendre les mesures nécessaires si je me rends compte que les connaissances sur le tableur sont assez pauvres. Par exemple, je pourrai proposer en activité mentale quelques situations de base rencontrées avec le tableur (Appel à une cellule, Fonctions "Somme" ou "Moyenne"...).

J'attends des élèves qu'ils développent une analyse pertinente quant aux climats des deux villes françaises. La visualisation des températures sur un graphique devrait faire apparaître une différence climatique marquée entre Brest et Strasbourg. En effet, j'attends des élèves qu'ils remarquent que Brest est une ville plus "clémentine" que Strasbourg dans le sens où les hivers y sont moins rudes et les étés moins chauds. Pour argumenter leurs propos, les élèves peuvent étudier les tendances de température directement sur leurs graphiques. Aussi, j'attends des élèves qu'ils remarquent que, au vu des valeurs de pluviométrie, il pleut en moyenne beaucoup plus à Brest qu'à Strasbourg. Peuvent appuyer cette constatation les moyennes de ces pluviométrie, ou encore un graphique faisant apparaître simultanément les pluviométries des deux villes.

## 2. Déroulement de la séance

Une salle informatique devra être réservée à l'avance et les élèves devront être mis au courant qu'une séance informatique est prévue, afin d'éviter toute perte de temps liée à la recherche de la salle. Une fois arrivés, les élèves devront allumer un poste informatique et ouvrir leur session. Le fait de prévoir cette séance sur une heure où la classe est en demi-groupe permet à chaque élève d'avoir un ordinateur. Pendant que leur session chargera, je distribuerai aux élèves les énoncés de l'activité et je leur laisserai quelques minutes pour en prendre connaissance. Je leur demanderai alors d'aller chercher le document tableur préalablement déposé dans un dossier commun et de l'ouvrir. Alors, ils pourront commencer à travailler dessus.

L'objectif est de leur laisser une phase importante de recherche en autonomie, et donc de ne pas forcément répondre aux questions du type "Que dois-je faire ?", du moins dans un premier temps. La réflexion sur le problème est un travail personnel, et ne nécessite pas de partage entre eux dès le départ. Au bout d'une quinzaine de minutes, une mise en commun sera effectuée pour voir quelles sont les premières idées dégagées. Ce sera l'occasion de voir si la consigne a bien été perçue par l'ensemble des élèves. Il est important que chaque élève saisisse l'enjeu de cette activité, et par conséquent ce qu'on lui demande de faire.

Les élèves pourront alors passer à la recherche sur le logiciel des outils nécessaires pour mener à bien leur analyse. Je ne m'attends pas à ce que tous les élèves utilisent par exemple la fonction "MOYENNE" du tableur. En effet, certains élèves peuvent sommer à chaque fois les douze valeurs grâce à la fonction "SOMME" et les diviser par la suite par 12. Il est également probable que les élèves utilisent le logiciel comme une calculatrice, et somme les valeurs en les réécrivant une par une. Une discussion avec eux pourra alors être mise en place pour leur faire découvrir l'intérêt du tableur, et ses différentes fonctions.

Je leur laisserai à nouveau une quinzaine de minutes afin de représenter les graphiques qu'ils pourraient trouver pertinent pour répondre au sujet. Une mise en commun pourra alors être réalisée. Nous pourrions partager ensemble des types de graphiques qui sont intéressants, et ceux qui le sont moins. L'objectif sera de parvenir à justifier ses choix.

Le temps restant, les élèves devront commencer à rédiger leur article. Pour cela, ils ont le choix entre un format informatique, c'est à dire grâce à un logiciel de traitement de texte, ou un format papier. Dans les deux cas, ils devront me rendre leur document tableur à la fin de la séance et auront une semaine pour rédiger leur article.

### 3. Analyse a posteriori

J'avais choisi cette activité d'introduction pour donner un sens aux outils statistiques et impliquer les élèves rebutés d'ordinaire par les mathématiques abstraites. Je pense aujourd'hui que cet objectif n'a pas été rempli dans la mesure où seuls les élèves habituellement très impliqués se sont pris au jeu, et m'ont rendu un travail qui remplissait mes attentes.

Lorsque j'ai proposé aux élèves cette activité, il ne m'est pas venu à l'esprit que les élèves puissent éprouver des difficultés à rédiger un texte construit, avec pas ou peu de faute d'orthographe ou de syntaxe et respectant le cadre imposé (Ici écrire un article de journal) avec ses propres codes. Avec le recul, je pense qu'il aurait été intéressant d'en parler à leur professeur de français et, si cette dernière était intéressée, de travailler ensemble à l'élaboration de cette activité. J'aurais alors pu prendre en charge la partie sur tableur (Gestion des données, construction de graphiques...), et lui confier celle de la rédaction d'un article avec les codes et le vocabulaire que je ne maîtrise pas forcément.

Cette activité m'a permis de contrôler le niveau de mes élèves face au tableur, et de voir dans quelle mesure ils se sont appropriés cet outil pour s'en construire un instrument. Puisque beaucoup d'entre eux ne semblent pas avoir construit beaucoup de schèmes d'utilisation face à ce logiciel, je pourrai leur proposer des petites situations flash en début d'heure de cours, chaque semaine pendant plusieurs mois, afin de combler ces lacunes.

Cette activité, que je voulais très ouverte, n'a dans les fait pas laissé autant de prises d'initiatives aux élèves que je le souhaitais. En effet, ils ont été directement amené à utiliser un tableur. De plus, l'énoncé demandait clairement de calculer les moyennes, puis de construire des graphiques associés aux différentes séries. Les élèves n'ont pas cherché à calculer d'autres indicateurs (Comme la médiane ou les quartiles par exemple), et se sont contentés pour la plupart d'entre eux d'utiliser le même type de diagramme pour chaque série, à savoir un diagramme en bâton avec des doubles bâtons pour chaque mois de l'année, l'un représentant la ville de Brest, l'autre de Strasbourg.

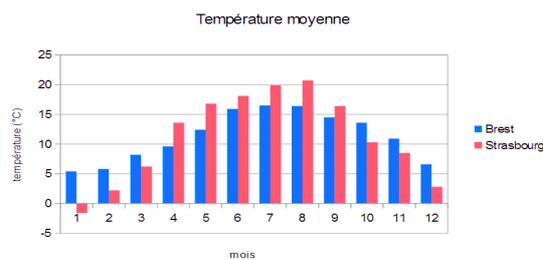


Illustration 13: Diagramme en bâtons (Leslie H.)

Ce graphique est très pertinent et permet de visualiser rapidement l'écart des valeurs entre les deux villes pour chaque mois. Cependant, presque la totalité de la classe a eu recours à ce type de graphique et j'en suis en parti responsable. En effet, désarmé face à ce type de problème, beaucoup d'élèves n'ont pas su comment commencer leur étude de données et, au bout d'une dizaine de minutes, était toujours devant leur écran sans savoir quoi faire. Au lieu de les laisser réfléchir, ou de les conseiller vaguement, je les ai aiguillé trop précisément sur la marche à suivre, gâchant ainsi l'objectif même de la prise d'initiatives dans cette activité.

Il est cependant à noter que certains élèves ont su faire preuve d'autonomie et d'originalité en choisissant d'autres graphiques tout aussi pertinents pour l'étude des données statistiques relatives au problème. On peut en voir ci-dessous quelques exemples.

Evolution des températures moyennes en une année à Brest et Strasbourg

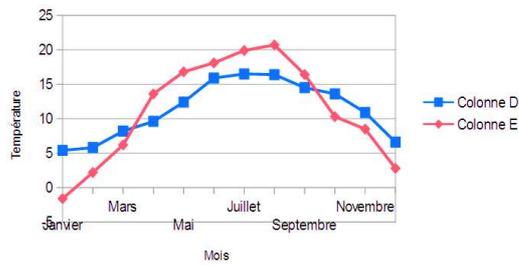


Illustration 14: Nuage de points (Lucie F.)

La pluviométrie (en mm)

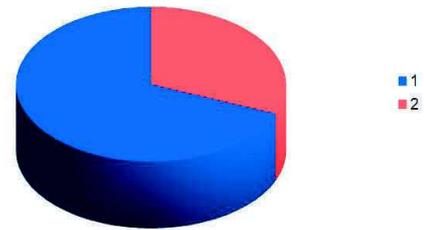
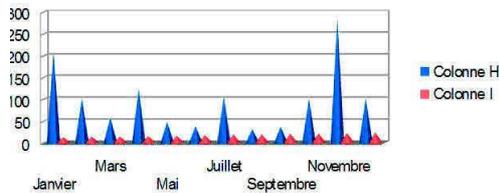


Illustration 15: Diagramme Circulaire (Éloïse B.)

Pluviométrie (en mm)



Tmax (en °C)

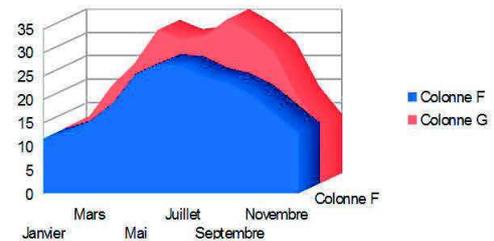


Illustration 16: Diagramme en 3D (Tesse E.)

Cependant, certains élèves n'ont pas ressenti le besoin de construire des graphiques différents pour les différents caractères étudiés (Température minimale, moyenne, maximale et pluviométrie). C'est le cas d'une élève qui a rassemblé toutes les données sur un même diagramme. Le graphique ainsi obtenu est illisible. On ne peut pas en tirer d'informations pertinentes. Une discussion avec l'élève a montré qu'elle ignorait la nature de ce graphique et la manière dont le lire. En effet, non seulement elle n'avait jamais rencontré ce type de graphique auparavant, mais en plus la légende ainsi que les axes ne se prêtaient absolument pas à une bonne compréhension. L'axe des abscisses représentant les mois de l'année est ici composé de nombres et l'axe des ordonnées représentant une température (ou une hauteur de pluie) contient ici des pourcentages.

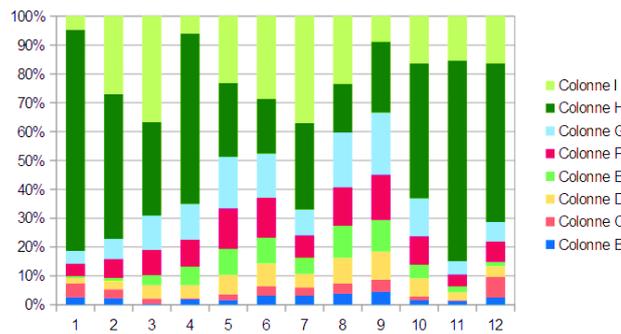


Illustration 17: Diagramme non Lisible (Emma N.)

Ainsi, les températures et la pluviométrie, bien qu'exprimées avec des unités bien différentes, sont représentées sur le même graphique. Il a fallu expliquer non seulement à l'élève, mais également à l'ensemble de la classe, que le logiciel ne différenciait pas les unités, et que le tableur comparait alors les  $-1,6^{\circ}\text{C}$  moyen en janvier à Strasbourg avec les 205,4 mm de précipitation à Brest, ce qui ne constituait pas une comparaison pertinente.

#### 4. Analyse de Production

Lors de la correction des articles d'élèves, je me suis permis d'en scanner quelques uns pour les présenter ici. Il s'agira alors de voir quelles ont été les erreurs récurrentes des élèves,.

Calculer la T<sub>max</sub> moyenne des 2 villes  
Brest:  $[11,7 + 13,2 + 16,9 + 12,9] = 238,9$   
 $\frac{238,9}{12} \approx 19,9$   
Strasbourg:  $[11,8 + 13,9 + 18,9 + 12,5] = 293,1$   
 $\frac{293,1}{12} \approx 24,4$   
Strasbourg a un T<sub>max</sub> supérieur à Brest. Elle est supérieur de 4,5°C.

Illustration 18: Elena G.

- Dans son article, cette élève a calculé les moyennes des 8 séries statistiques de l'énoncé. Peut être n'a-t-elle pas eu confiance en l'outil qu'est le tableur. Ainsi, elle a senti le besoin de refaire un à un chaque calcul de moyenne. Celles-ci étaient pourtant présentes dans sa feuille tableur. On voit alors que le tableur ne fait pas, pour cette élève, autorité et que sa légitimité n'est pas évidente.

La moyenne de la température à Brest était de 13,32°C.  
- En Janvier de 5,6°C  
- En Juillet de 16,6°C.  
La moyenne de la température à Strasbourg était de 11,14°C. Et de -1,6°C en Janvier.  
- En aout de 20,7°C.

Illustration 19: Derya C.

- Certains élèves, dont une dont la copie est présentée ci-dessus ont rencontré une autre difficulté. En effet, cette élève n'a pas su comment exploiter les graphiques construits sur tableur, et s'est contenté de dresser une liste de valeurs des températures et de la pluviométrie à des mois donnés. Un travail pourra alors être réalisé avec la classe sur les méthodes pour lire et exploiter un graphique au travers, par exemple, d'activités mentales projetées en début d'heures de cours.

L'évolution des températures moyenne des deux villes montre que à Strasbourg il y fait plus chaud en une année. En moyenne il fait 11°C à Strasbourg alors qu'à Brest il fait 11°C.  
Conclusion, à Strasbourg les températures sont plus chaude en été et plus froide.

Illustration 20: Mallory C.

- Ici, l'élève n'a pas commis d'erreur dans ses calculs, mais plutôt dans sa conclusion. En effet, les températures moyennes des deux villes sont sensiblement les mêmes, et diffèrent au centième près. Il est important de sensibiliser les élèves sur les grandeurs, et notamment le sens que l'on peut leur donner. Ici, la différence de température n'est clairement pas significative. On ne peut pas dire qu'il fait plus chaud dans une ville que dans une autre si la moyenne des températures sur l'année y est plus grande de  $0,01^{\circ}\text{C}$ . Une discussion est alors possible avec l'élève : A partir de quand peut on dire qu'une grandeur est significative ? Quel sens lui donner dans ce cas ?

Un objectif de la Seconde, et plus généralement du lycée, et de donner à l'élève les outils pour se construire un avis sur un sujet et remettre en question les informations qu'il voit dans la vie quotidienne. Il pourra alors se forger son propre avis. Ce genre de problème peut, à mon sens, participer au développement de cet objectif.

## **Bilan :**

Au vu des articles rendus par mes élèves, il semblerait que le tableur ne s'impose pas pour tous comme une référence légitime. Beaucoup d'entre eux ont calculé à la calculatrice les moyennes déjà obtenues dans leur document tableur. D'autres n'ont pas pris en compte les graphiques obtenus. Un des objectifs de cette année va alors être d'amorcer en eux une genèse instrumentale par rapport à cet artefact qu'est le tableur. Je pourrai utiliser plusieurs supports :

- De nouvelles séances informatiques, dont celles que nous parlerons dans la suite de cette partie ;
- Des activités mentales proposées en début d'heure, dont la répétition à long terme pourra faire germer en eux la connaissance des outils disponibles sur tableur ;
- L'utilisation en classe du tableur, en projetant au tableau grâce au vidéo-projecteur l'écran de l'ordinateur de la salle, pour la résolution d'exercices que l'on a d'abord résolus "à la main". Ainsi, le tableur pourra être vu comme un moyen efficace de résoudre un problème.

## **B. Séance n°2**

**Date :** Mardi 14 Mars 2017 et Vendredi 17 Mars 2017

**Classe :** Seconde, en demi-groupe

**Séquence dans laquelle s'inscrit la séance :** Les Probabilités

**Objectifs de la séance :**

- Développer l'autonomie des élèves ;
- Réactiver les notions de probabilités ;
- Approfondir la nuance entre probabilité empirique et probabilité théorique.

## Extraits du Programme Concernés :

Objectifs visés par l'enseignement des statistiques et probabilités à l'occasion de résolutions de problèmes		
<p><b>dans le cadre des probabilités</b>, rendre les élèves capables :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• d'étudier et modéliser des expériences relevant de l'équiprobabilité (par exemple, lancers de pièces ou de dés, tirage de cartes);</li> <li>• de proposer un modèle probabiliste à partir de l'observation de fréquences dans des situations simples ;</li> <li>• d'interpréter des événements de manière ensembliste ;</li> <li>• de mener à bien des calculs de probabilité.</li> </ul> <p>Les situations étudiées concernent des expériences à une ou plusieurs épreuves.            ◇ La répétition d'expériences aléatoires peut donner lieu à l'écriture d'algorithmes (marches aléatoires).</p>		
CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Probabilité sur un ensemble fini</b></p> <p>Probabilité d'un événement.</p> <p>Réunion et intersection de deux événements, formule :</p> $p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B).$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité.</li> <li>• Utiliser des modèles définis à partir de fréquences observées.</li> <li>• Connaître et exploiter cette formule.</li> </ul>	<p>La probabilité d'un événement est définie comme la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.</p> <p>Pour les calculs de probabilités, on utilise des arbres, des diagrammes ou des tableaux.</p>

Illustration 21: Deuxième Extrait du Programme de Seconde

### 1. Analyse a priori

La nature de ce problème permet à l'élève de développer de nombreuses compétences tout au long de sa résolution.

- L'élève devra tout d'abord comprendre le sujet, en extraire les informations utiles, et développer la compétence « Chercher » en tentant de déterminer une procédure permettant d'apporter une réponse au problème. Même si elle n'est pas concluante, toute trace de recherche est enrichissante dans la mesure où elle permet à l'élève de mieux appréhender la situation pour adopter une nouvelle démarche ;
- Le passage du problème concret à la feuille de calcul, que nous aborderons plus tard dans l'analyse a priori, demande à l'élève mobiliser la compétence « Modéliser » ;
- L'utilisation d'une feuille de calcul permet à l'élève de mobiliser la compétence « Calculer » dans la mesure où il doit être capable de mettre en place un calcul automatisé à l'aide de formules, par exemple à travers le calcul d'une somme ;
- La compétence « Reasonner » va être travaillée tout au long de cette activité, non seulement dans le choix des différents outils à disposition sur le tableur, mais également dans la procédure à suivre, et en particulier dans la construction des différentes étapes nécessaires à la résolution du problème ;
- Enfin, la compétence « Communiquer » sera mobilisée dans la rédaction de la partie papier. L'élève devra être capable de mettre des mots sur le raisonnement qu'il a suivi, et de le décrire avec le plus de clarté possible. Cette compétence sera également travaillée dans les échanges entre pairs et dans les échanges élèves-professeur.

Au début de l'année scolaire, j'ai proposé aux élèves une séance informatique sur tableur afin de pouvoir vérifier le niveau général de la classe et les points qu'il faudrait revoir avec eux. Par exemple, les élèves connaissent-ils la fonction « SOMME » ? Savent-ils l'utiliser ? Savent-ils repérer les situations dans lesquelles elle pourrait être utile ? Cette séance « diagnostique » m'a permis de me rendre compte des principales erreurs et difficultés des élèves, et de mettre en place

des pistes de remédiation.

Suite à cette séance informatique, j'ai voulu alors proposer aux élèves une tâche plus riche qui serait en lien avec le chapitre sur les probabilités. Ne voulant pas donner de but en blanc un énoncé sur lequel pourrait bloquer l'élève tant d'un point de vue technique que conceptuel, j'ai voulu préparer le terrain à l'aide d'une séance informatique préliminaire. On trouvera en Annexe 3 le sujet de cette séance informatique. Elle avait trois objectifs :

- Tout d'abord elle me servait d'activité introductive au chapitre sur les probabilités en illustrant la loi des grands nombres. En effet, le tableur était utilisé ici comme outil de simulation. L'expérience était répétée 500 fois et l'objectif était de dégager une probabilité empirique ;
- Ensuite, les élèves devaient découvrir de nouvelles fonctions sur le tableur, essayer d'en comprendre le sens et pour certaines les appliquer comme certaines fonctions liées au hasard (Les fonctions ALEA et ALEA.ENTRE .BORNES) ainsi que la structure conditionnelle SI ;
- Faire découvrir aux élèves le problème de Monty Hall et attirer leur curiosité face à une solution mathématique qui ne semble pas correspondre avec une intuition première.

Une fois les outils nécessaires en main, il était temps de proposer aux élèves une activité plus riche, et dont la résolution ne soit pas guidée. On trouvera en Annexe 4 l'énoncé de cette séance informatique dont l'analyse sera développée ci-dessous. Lorsque je proposerai aux élèves cette activité, le chapitre sur les probabilités sera terminé depuis presque une semaine. Les élèves auront encore en tête les différentes activités sur ce chapitre ainsi que les notions de cours attachées.

Alors que la dernière séance informatique se clôturait par une synthèse sur les différents outils découverts ou redécouverts par les élèves, l'énoncé de cette séance informatique les rappelle. Il s'agit d'explicitier aux élèves les outils qu'ils ont à leur disposition, mais en aucun cas de les guider sur une piste particulière.

La première difficulté de cette tâche est la compréhension du sujet. En effet, beaucoup d'informations sont à prendre en compte : Le fait qu'il y ait 3000 couples, que chacun de ces couples vont avoir des enfants jusqu'à obtenir une fille, à moins qu'ils aient 4 garçons.

Suite à l'exposition du problème, une seule problématique leur ait posée : la proportion de fille dans cette population. Les élèves peuvent être déroutés par la nature de cette question, et en particulier par le fait qu'aucune trame de résolution ne leur ait proposée.

Une des premières difficultés que va rencontrer l'élève sera la modélisation du problème. En effet, le passage d'un problème concret comme celui ci à une résolution sur feuille de calcul peut constituer un réel obstacle. L'élève devra, d'une manière ou d'une autre, modéliser le sexe de l'enfant obtenu par le couple sur tableur, à l'aide de nombres par exemple, de lettres ou de chaîne de caractères.

Les élèves peuvent également essayer de répondre au problème à l'aide d'un arbre des possibles. Deux principaux types d'arbres sont envisageables et sont représentés ci-dessous :

- Le premier arbre regroupe les 16 combinaisons possibles pour un couple ayant 4 enfants. Le problème est que cet arbre ne prend pas en compte la spécificité de l'énoncé, à savoir que le couple arrête de faire des enfants dès qu'ils ont obtenu une fille ;
- Le second arbre regroupe les combinaisons possibles pour un couple suivant le processus décrit par l'énoncé. Cependant, les 5 issues en jeu ne sont pas équiprobables.

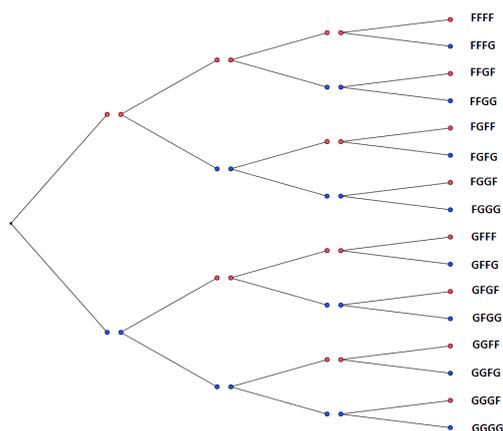


Illustration 22: Arbre des Possibles 1

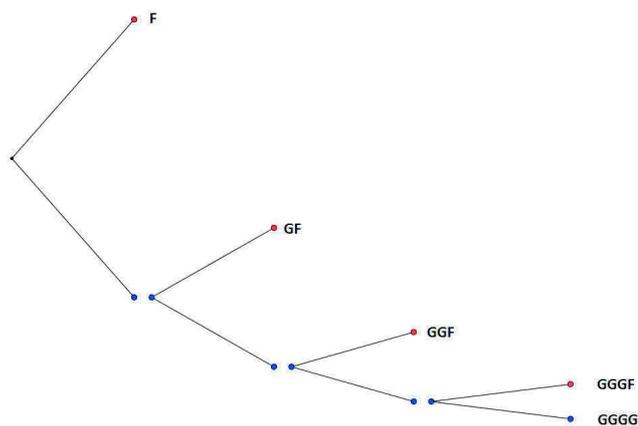


Illustration 23: Arbre des Possibles 2

Ainsi, la construction de ces deux arbres peut permettre à l'élève d'appréhender le problème, mais pas d'y apporter une réponse. En effet, une résolution théorique peut être envisageable à l'aide de variables aléatoires mais ne sera réalisable qu'en classe de Première.

J'attends donc de leur part non pas qu'ils apportent une réponse exacte et théorique, mais qu'ils évaluent le nombre de filles dans cette population à l'aide d'un outil de simulation.

Une réponse possible peut être la suivante : Dans le document OpenOffice, j'ai inscrit dans la première colonne le numéro du couple, puis dans les quatre suivantes soit le sexe de l'enfant obtenu, soit rien si le couple a déjà obtenu une fille. Pour ce faire, le problème a été modélisé en l'obtention d'un « 1 » pour un garçon et d'un « 2 » pour une fille. Le premier enfant d'un couple, dont le sexe sera représenté dans la colonne B, a été obtenu en rentrant la formule « =ALEA.ENTRE.BORNES(1 ; 2) », puis en l'étirant 3000 fois. D'autres modélisations sont possibles. Par exemple, grâce à la formule ALEA(), l'élève peut afficher un nombre réel aléatoire entre 0 et 1, et décider que tout nombre inférieur à 0,5 représente un garçon alors que tout nombre supérieur à 0,5 représente une fille.

Un obstacle survient alors : Comment continuer le processus si l'enfant obtenu par le couple est un garçon, et s'arrêter dans le cas contraire ? Si un élève se retrouve bloqué à ce niveau, je pourrai lui faire oraliser le problème et, s'il parvient à exprimer une conditionnelle, lui demander comment représenter une condition grâce au tableur. Si l'élève ne parvient toujours pas à dégager une solution, je pourrai le renvoyer au tableau au début de l'énoncé qui recense les outils à sa disposition.

Par exemple, la cellule C2 contient la formule

« = SI ( B2=1 ; ALEA.ENTRE.BORNES(1;2) ; " " ) »

Non seulement l'élève va devoir comprendre et utiliser la structure conditionnelle SI, mais ils devront à nouveau mobiliser la compétence « Représenter » et passer d'un registre français à un registre régit par la syntaxe du logiciel :

- « Le couple 1 a obtenu un garçon comme premier enfant » devient « B2=1 » ;
- « Ils ont un second enfant » devient « ALEA.ENTRE.BORNES(1;2) » ;
- « Ils arrêtent de faire des enfants » devient, par exemple, « " " ».

L'élève devra alors comprendre qu'en étirant la cellule C2 jusqu'à la cellule E2, il pourra obtenir la simulation pour le premier couple. Dans le cas où il n'étire pas, il pourra recopier la formule 3 fois avant de se rendre compte qu'il s'agit de la même. Étant donné qu'il ne pourra pas la recopier 3000 fois vers le bas, il sera à un moment ou à un autre confronté à la nécessité d'étirer la formule.

Une fois obtenu la simulation du processus chez les 3000 couples, l'élève va alors devoir comparer le nombre de fille obtenu avec le nombre de garçon obtenu. Pour ce faire, l'élève va devoir compter le nombre de 1 (ou de 2) dans les 12000 cellules. Il apparaît rapidement qu'un tel calcul semble irréalisable de tête, du moins dans le temps imparti. Par conséquent, les élèves vont devoir mobiliser une autre formule que nous avons déjà eu l'occasion de découvrir ensemble : La formule NB.SI. Il s'agira de compter le nombre de 1 (pour le nombre de garçons) ou de 2 (pour le nombre de filles) pour chaque ligne si l'on veut la répartition par famille, par colonne si l'on veut la répartition par la place de l'enfant dans la famille, ou directement pour l'ensemble des 12000 colonnes si l'on veut directement le résultat. Ainsi, dans notre exemple, la cellule G2 contiendra la formule suivante :

« *NB.SI(B2:E2;1)* »

Si les élèves ont procédé pas lignes ou par colonnes, ils devront comptabiliser le nombre total de garçons et de filles obtenus, à l'aide de la formule SOMME.

Je peux m'attendre à plusieurs conclusions possibles face à ce problème. Les élèves peuvent se contenter de donner le nombre d'enfants filles ou d'enfants garçons nés suite à ce processus. Ils peuvent également transformer les résultats en fréquence ou en pourcentage. Ils mobiliseront alors la compétence « Représenter » en passant d'un mode de représentation à un autre.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Couple	Enfant 1	Enfant 2	Enfant 3	Enfant 4		Nb Garçons	Nb Filles			
2	1	2					0	1			
3	2	1	1	1	1		4	0			
4	3	1	1	1	2		3	1			
5	4	2					0	1			Garçon : 1
6	5	2					0	1			Fille : 2
7	6	1	2				1	1			
8	7	1	1	2			2	1			
9	8	2					0	1			
10	9	2					0	1			
11	10	1	1	2			2	1			
12	11	2					0	1			
13	12	2					0	1			
14	13	2					0	1			
15	14	2					0	1			
16	15	2					0	1			
17	16	1	1	2			2	1			
18	17	2					0	1			
19	18	1	2				1	1			
20	19	2					0	1			
21	20	2					0	1			
22	21	1	2				1	1			
23	22	2					0	1			
24	23	1	1	1	1		4	0			
25	24	1	2				1	1			
2983	...	...	...	...	...		...	...			
2984	2983	1	1	1	2		3	1			
2985	2984	2					0	1			
2986	2985	2					0	1			
2987	2986	1	2				1	1			
2988	2987	1	1	1	2		3	1			
2989	2988	2					0	1			
2990	2989	2					0	1			
2991	2990	1	1	1	1		4	0			
2992	2991	2					0	1			
2993	2992	1	2				1	1			
2994	2993	1	2				1	1			
2995	2994	2					0	1			
2996	2995	2					0	1			
2997	2996	1	1	1	1		4	0			
2998	2997	1	2				1	1			
2999	2998	1	1	2			2	1			
3000	2999	1	2				1	1			
3001	3000	2					0	1			
3002											
3003							<b>Total</b>	2860	2794		
3004											
3005							<b>Pourcentage</b>	50,58%	49,42%		
3006											

Illustration 24: Exemple de Résolution du Problème

Je m'attends également à voir apparaître une erreur en particulier. Étant donné que chaque couple peut obtenir entre 0 et 4 garçons, les élèves peuvent penser qu'il y a équiprobabilité entre chaque issue possible, et vont donc faire afficher dans une cellule un nombre aléatoire entre 0 et 4, puis étirer cette cellule 3000 fois pour simuler le nombre de garçon dans chacun des 3000 couples. Si une telle erreur surviendrait, je pourrais demander aux élèves de représenter toutes les issues possibles à l'aide d'un arbre. Ainsi, la situation de non équiprobabilité pourrait être plus simple à envisager, et l'élève pourrait alors se pencher vers une autre procédure, plus adaptée cette fois.

## 2. Déroulement de la séance

- Les élèves arriveront en classe puis s'installeront à un poste. Le nombre restreint d'élèves permet que chaque élève ait son propre poste. Ils allumeront alors leur session, puis un document tableur ;
- Alors, je distribuerai la feuille "Séance Informatique n°5". Un point sera alors fait sur ce que j'attends d'eux, à savoir la remise en fin d'heure de leur document tableur, afin qu'un document papier où est explicitée la démarche qu'ils ont adoptée tout au long de l'heure ;
- Les élèves auront environ 10 minutes pour lire le sujet, comprendre ce qu'ils auront à faire et saisir les enjeux du problème. Ces premières minutes de réflexion doivent permettre à chaque élève de rentrer dans le problème, et devra donc être personnel et dans le silence ;
- Au bout de 10 minutes, un bilan pourra être fait sur le problème en général. Le but n'est pas de partager les procédures ou les résultats de cours qui pourraient être utiles, mais de vérifier que chaque élève a compris le sujet, et puisse démarrer la phase de recherche sans risque de hors sujet ;
- Les élèves auront alors jusqu'à la fin de l'heure pour avancer à leur rythme dans le problème. Ils pourront travailler en duo, trio ou maximum par 4 (Une table contient 4 postes informatiques). Toutes les 15 minutes environ, une synthèse sera effectuée. Il pourra s'agir de mettre en commun les problèmes rencontrés au niveau de la syntaxe du logiciel (Le « = » avant une instruction, confusion entre « . », « , » et « ; » dans les formules...), ou au niveau des raisonnements (Comment modéliser notre problème concret afin de pouvoir y apporter une résolution) ;
- A la fin de l'heure, les élèves devront sauvegarder leur travail dans leur fichier personnel afin d'en garder une trace et pouvoir y revenir si besoin une séance prochaine. Aussi, ils devront me rendre la « partie papier » pour que je puisse analyser leurs raisonnements ;
- Si certains élèves ont terminé la résolution du problème, une autre activité informatique pourra leur être proposée.

## 3. Analyse a posteriori

Les élèves sont désormais habitués au protocole d'installation en salle informatique. Ils sont donc arrivés en classe, ont directement allumé leur session sur un poste informatique et ont commencé à lire la feuille d'énoncé que je leur ai distribuée. L'objectif principale était de les laisser en autonomie un certain temps afin qu'ils puissent saisir les enjeux de l'exercice et comprendre comment se servir de l'outil Tableur pour répondre au problème. Certains élèves ont directement

compris comment modéliser la situation, et se sont mis directement au travail. D'autres ont eu plus de difficultés à rentrer dans le contexte et à voir le lien entre le problème et une feuille de calcul. Je suis donc passé dans les rangs afin de pouvoir aider ceux qui en avaient besoin. Il ne s'agissait en aucun cas de leur donner une modélisation toute faite de la situation, mais de leur faire oraliser le problème, et de chercher ensemble quels avantages une feuille de calcul pouvait avoir par rapport à une résolution à la main.

Dans ce problème que je voulais ouvert, peu de procédures différentes ont finalement été explorées par les élèves. Peut-être aurait-il été plus intéressant de laisser libre aux élèves le choix du logiciel, ou même de ne pas suggérer l'utilisation d'un poste informatique. En effet, le « Ouvrir le logiciel Tableur » au début de l'énoncé a bloqué une part du raisonnement et la compétence « Chercher » aurait pu être travaillée davantage si les élèves eux-mêmes auraient demandé de s'en servir. Ainsi, le statut du tableur aurait pu évoluer d'un simple outil capable de résoudre un problème donné à un réel instrument que l'élève est capable de mobiliser en autonomie.

Pour résoudre ce problème, l'élève aurait très bien pu avoir recours à un logiciel de programmation. On trouvera ci-dessous un algorithme programmé sur EduPython (Le logiciel sur lequel nous travaillons depuis le début de l'année avec cette classe). L'algorithme reste tout de même complexe (Imbrications de structures conditionnelles et de structures itératives, notions de compteur...) et demande à l'élève une maîtrise experte non seulement des notions d'algorithmique, mais en plus du langage du logiciel de programmation. On ne développera pas plus les compétences liées à cette procédure dans la mesure où elle ne rentre pas dans le cadre de ce mémoire.

```
1 from math import *
2 from random import *
3 from numpy import *
4
5 garçons = 0 #Cette variable compte le nombre total de garçons sur les 3000 couples
6 filles = 0 #Cette variable compte le nombre total de filles sur les 3000 couples
7
8 for i in range (3000) :
9     c = 1 #Le compteur c permet de s'arrêter à 4 garçons
10    f = 0 #L'interrupteur f permet de s'arrêter à l'obtention d'une fille
11    N = random.randint(1,3)
12    if N == 1 :
13        garçons= garçons + 1
14    else :
15        filles= filles + 1
16        f = f + 1
17    while c < 4 and f == 0 :
18        N = random.randint(1,3)
19        if N == 1 :
20            garçons= garçons + 1
21        else :
22            filles= filles + 1
23            f = f + 1
24        c = c +1
25
26 total = filles + garçons
27 print('Proportion de garçons : ', garçons*100/total)
28 print('Proportion de filles : ', filles*100/total)
```

Illustration 25: Résolution du Problème à l'aide de Python

A la fin de la séance, une bonne moitié de la classe avait entièrement terminé la rédaction de la réponse au problème, alors que d'autres n'avaient pas terminé de compléter le document tableur, ou le document papier. Il est alors envisageable de prévoir une seconde séance informatique sur ce problème en laissant le temps à ceux qui n'ont pas pu clôturer leur résolution, et en confrontant les autres à un nouveau problème ouvert, sans cette fois préciser le type de logiciel à utiliser.

## 4. Analyses de Production

Dans la cellule A1, j'ai mis "`=ALEA.ENTRE.BORNES(1;2)`"  
 Le 1 représentera un garçon et le 2 une fille.  
 J'ai étiré jusqu'à 3000 car il y a 3000 couples.  
 J'ai ainsi obtenu donc, aléatoirement, soit 1, soit 2.

Illustration 26: Carla G.

J'entre la formule `Alea()` et j'obtiens 0,94 qui est  
 un chiffre entre 0 et 1.  
 Pour moi :



Selon mon raisonnement entre 0 & 0,5 ce serait un  
 garçon et 0,5 à 1 ce serait une fille.

Illustration 27: Mallory C.

- Comme anticipé, deux types de modélisation ont été adoptés par les élèves. Certains ont utilisés la fonction `ALEA.ENTRE.BORNES` pour renvoyer une valeur entière aléatoire entre 1 et 2, le « 1 » modélisant par exemple un garçon et le « 2 » une fille. D'autres élèves ont utilisés la fonction `ALEA()` pour renvoyer un réel aléatoire entre 0 et 1. Ainsi, une valeur entre 0 et 0,5 pourra modéliser un garçon alors qu'une valeur entre 0,5 et 1 modélisera une fille.



Illustration 28: Julie B.

- Voyant que ce problème appelait des notions de probabilités, cette élève a essayé de construire un arbre des possibles. Pour ce faire, elle a observé toutes les issues possibles pour une famille. Le problème provient du fait qu'elle a ensuite affecté à chaque issue la même probabilité  $\frac{1}{5}$  comme s'il s'agissait d'une situation d'équiprobabilité. Cette erreur fut l'occasion lors de la synthèse de montrer aux élèves que certaines situations peuvent ne pas être équiprobables.

J'ai utilisé la formule  $i = \text{ALEP. ENTRE. BORNES}(1; 2)$   
 1 représentant les garçons et 2 les filles.

J'ai fait ceci 4 fois, en comptant le total de 2 à la fin en faisant  
 $i = \text{NB. SI}(page, 2)$

La première fois, 1526 couples ont eu une fille, donc 1526  
 couples ~~ont~~ arrêté de faire des enfants, et 1474 couples continue à faire  
 des enfants.

La deuxième fois, 748 couples ont eu une fille donc 726 couples  
 continue à faire des enfants.

La troisième fois, 332 couples ont eu une fille donc 394 couples continue  
 à faire des enfants.

La dernière fois, 176 couples ont eu une fille donc 218 couple ont eu  
 4 garçons.

	Garçon	Fille.
1 <sup>ère</sup> fois	1474	1526
2 <sup>ème</sup>	726	748
3 <sup>ème</sup>	394	332
4 <sup>ème</sup>	218	176
Total	2812	2782

Il y aura donc plus de garçon que de fille dans la ville, même si  
 ça se joue à 30 filles en moins.

Illustration 29: Tom M.

- Cet élève a également su modéliser le problème en utilisant des nombres : 1 pour un garçon, 2 pour une fille. Puis, il utilise le tableur comme un outil de calcul, simulant 3000 nombres au hasard, puis comptant le nombre de fois où le 1 est apparu. Le raisonnement reste correcte dans la mesure où l'élève regarde combien de couples continuent à faire des enfants, puis recommence l'expérience 4 fois. Ainsi, son document tableur est composé de 4 colonnes : La première contient 3000 lignes, la seconde 1474, la troisième 726 et la quatrième 394. Le problème vient du fait que l'élève n'a aucun moyen de recommencer l'expérience mécaniquement, et sera obligé de réitérer le processus en entier, ce qui peut prendre un temps considérable si on veut avoir une estimation pertinente.

Je peux changer les nbrs aléatoires avec F9  
 En général, le nombre de filles dans cette ville sera  
 supérieur à celui des garçons.

Esc	:	F	:	3015		3008		2951	
		G	:	2946		2994		2900	

Illustration 30: Eloïse B.

- En opposition avec l'élève précédent, cette élève a su utiliser le tableur comme un outil de simulation, capable de simuler à nouveau une expérience sans avoir autre chose à faire que d'appuyer sur la touche F9. Le fait de pouvoir recommencer l'expérience est important, et a été mis en avant lors de la synthèse fait en classe.





## Conclusion

Au cours de ce mémoire, nous avons vu que le tableur s'avérait être un outil puissant pour la résolution de nombreux problèmes. Que ce soit en tant qu'outil de calcul, de simulation, de gestion de données ou même d'algorithmique, le tableur permet de développer non seulement les six compétences mathématiques propre au second degré, mais également des compétences plus transversales telles que la prise d'autonomie, ou la capacité à travailler en groupe. Grâce à cet outil, les élèves seront amenés à mieux appréhender le monde qui les entoure et à pouvoir analyser une situation concrète de manière différente par rapport au mode de recherche papier-crayon habituel.

La place que prend le tableur, et plus généralement les Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement, dans l'éducation française est de plus en plus importante. Ces technologies acquièrent un rôle prépondérant dans l'enseignement des mathématiques dans la mesure où elles permettent une plus forte multiplicité des procédures que les élèves pourront employer.

Le tableur n'est cependant pas un instrument dont l'élève pourrait immédiatement utiliser pour la résolution de problèmes ouverts. C'est alors le rôle du professeur de transformer l'artefact que sont les feuilles de calculs d'un tableur en un réel instrument que l'élève sera en mesure de mobiliser face à une situation. Au cours de différentes rencontres tout au long de sa scolarité, l'élève va se forger sa propre expérience face à cet outil et développer ainsi des schèmes d'utilisation.

Le tableur n'est pas le seul logiciel informatique qui peut être utilisé dans le second degré afin de développer les compétences des élèves. On peut penser aux logiciels de géométrie dynamique comme GeoGebra, aux logiciels de calcul formel tel Xcas ou encore au logiciel de programmation comme Scratch, Python ou encore AlgoBox.



## Bibliographie / Sitographie :

### Introduction

- Le Bulletin Officiel des Programmes de Mathématiques au Collège 2008
- Programme de Mathématiques pour les BTS
- Bulletin Officiel des Programmes de Mathématiques en Seconde Générale et Technologique
- Nouveaux Programmes au Collège :  
Lien : [http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin\\_officiel.html?cid\\_bo=94717](http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=94717)
- Historique du Tableur :  
Lien : <http://www.volle.com/travaux/tableur.htm>

### Partie I. :

- Travaux d'Éric Bruillard :  
Lien : <https://www.epi.asso.fr/revue/docu/d0805a.htm>
- Biographie de Rabardel :  
Lien: <http://fichesauteurs.canalblog.com/archives/2011/10/28/22457351.html>
- Document Prexi sur les Notions d'Artefacts et Instrument :  
Lien : <https://prezi.com/pxu7whiz1jmz/artefact-instrument-genese-instrumentale-catachrese-et-affordance/>
- *Approche instrumentale et Didactique : Apports de Pierre Rabardel*  
Lien : <http://www.adjectif.net/spip/spip.php?article202>
- Définition Médiation :  
Lien : <https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9diation>
- Article *Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques*, 1999, Rabardel

## Partie II. :

- Document *Démarche d'investigation en Mathématiques au collège et socle commun de connaissances et de compétences*, Académie de Créteil.
- Bulletin Officiel spécial n°11 du 26 décembre 2015 : Programme d'enseignement du cycle de consolidation
- Bulletin Officiel spécial n°11 du 26 décembre 2015 : Programme d'enseignement du cycle des approfondissements
- *Spécifications et Limites relatives à Excell*, Microsoft  
Lien : <https://support.office.com/fr-fr/article/Sp%C3%A9cifications-et-limites-relatives-%C3%A0-Excel-1672b34d-7043-467e-8e27-269d656771c3>
- Travaux d'Yvan Monka pour le site Maths-et-tiques, de l'Académie de Strasbourg  
Lien ; <http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/tp-info/tice>
- Fiche des compétences au lycée, Eduscol  
Lien : [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/90/0/Competences\\_mathematiques\\_Lycee\\_282900.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/90/0/Competences_mathematiques_Lycee_282900.pdf)

## Partie III. :

- Document Ressource "Statistiques et Probabilités" pour la classe de Seconde
- Bulletin Officiel des Programmes de Français en Seconde Générale et Technologique
- Manuel *Odysée Seconde*, 2010

## Annexe 1 :

### Séance Informatique n°2

Ouvrir le document tableur.

Vous êtes journaliste dans un grand journal, et vous souhaitez écrire un article sur les différences de climat entre deux villes française : Brest et Strasbourg.

Pour cela, vous avez à disposition le tableau suivant qui donne les températures mensuelles minimales, moyennes et maximales ainsi que la pluviométrie totale au cours de l'année 2015 dans les villes de Brest (en bleu) et Strasbourg (en rouge).

	T <sub>min</sub> (en °C)		T <sub>moy</sub> (en °C)		T <sub>max</sub> (en °C)		Pluviométrie (en mm)	
Janvier	-7,1	-12,5	5,4	-1,6	11,7	11,8	205,4	12,6
Février	-4,7	-6,1	5,8	2,2	13,2	13,9	101	54,5
Mars	-0,7	-3	8,2	6,2	15,4	20,7	57,2	64,4
Avril	4,2	0,4	9,6	13,6	19,3	25,6	123,4	12,4
Mai	3	3,7	12,4	16,8	25,6	32,7	47,2	42,6
Juin	6,3	6,6	15,9	18,1	27,6	30,7	38,2	57,6
Juillet	11	10,1	16,5	19,9	27,1	31,4	105,6	130,2
Août	7,4	6,2	16,4	20,7	24,7	35	31,4	43,2
Septembre	6,9	6,1	14,5	16,4	23,5	32,1	37	13
Octobre	3,3	-2,7	13,6	10,3	21	28,1	100,4	35,2
Novembre	5,2	-1,2	10,9	8,5	16,9	18,6	281,6	62,6
Décembre	-4,6	-13,2	6,6	2,8	12,9	12,5	101	29,8

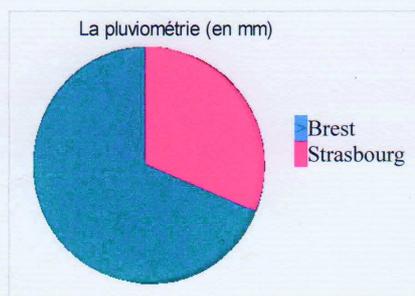
Rédiger un article en exposant vos commentaires, en les argumentant avec des données statistiques (Moyennes...) et en les illustrant (Graphiques...)

## Annexe 2 : Exemple d'article

### Climat 2015 en France : Strasbourg et Brest observées

Météo-France vient de publier son bilan climatique annuel de l'année 2015 : une année encore bien chaude, ensoleillée et marquée par des périodes de sécheresse. Mais intéressons nous plus particulièrement aux villes de Strasbourg et de Brest pour comparer leur climat.

La moyenne des températures a été en 2015 de 11,32°C à Brest et de 11,16°C à Strasbourg.



A Brest, la moyenne des températures minimales cette année était de 2,52°C contre -0,47°C à Strasbourg. Cette moyenne est notamment due au mois de Décembre qui a été bien plus froid à Strasbourg qu'à Brest : -13,2°C en moyenne contre -4,6°C à Brest.

La moyenne des températures maximales observées était de 19,91°C à Brest et de 24,43°C à Strasbourg. A Strasbourg les températures sont donc plus extrêmes qu'à Brest:

en été il fait plus chaud à Strasbourg, mais en hiver il y fait plus froid. A Brest les températures sont relativement stables.

Au niveau de la pluviométrie, il est tombé 1229,4mm d'eau à Brest, quasiment le double de ce qui est tombé à Strasbourg : 558,1mm. Prenez donc un parapluie si vous allez à Brest, surtout au mois de Novembre : c'est le mois où la pluviométrie a été la plus forte : 281,6mm d'eau.

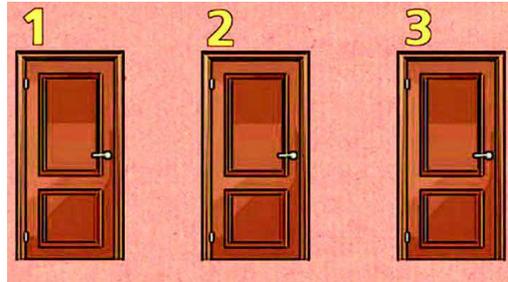
A Strasbourg les températures ont donc été plus extrêmes cette année tandis qu'à Brest la pluviométrie a été forte.

Eloïse B ■■■

## Annexe 3 :

### Séance Informatique n°3

Vous accédez à la finale d'un nouveau jeu télévisé. Devant vous se trouvent trois portes fermées. L'une contient une voiture, les deux autres contiennent une chèvre.



Déroulement du jeu :

- Vous devez choisir une des trois portes ;
- Le présentateur vous dévoile alors une chèvre derrière l'une des deux portes que vous n'avez pas choisies ;
- Vous avez le choix entre rester sur votre premier choix et ouvrir la porte choisie au départ,
- ou changer d'avis et ouvrir la dernière porte.

**Problématique : Déterminer la meilleure stratégie à adopter.**

1. Que feriez-vous de prime abord : Conserver votre porte ou changer d'avis ? Expliquer.

#### I. Simulation d'une finale de jeu

Le but de cette partie est de simuler une finale en utilisant les fonctionnalités du tableur.

1. Reproduire le tableau ci-dessous.

	A	B	C	D	E
1	Numéro de la porte contenant la voiture	Numéro de la porte choisie par le candidat		Conserve et Gagne	Change et Gagne
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

2. Entrer en A2 et B2 une formule permettant de simuler le numéro de la porte contenant la voiture, et celui de la porte choisie initialement par le candidat.
3. Entrer en D2 la formule "`=SI(A2=B2;1;0)`". Que renvoie alors la cellule D2 ?
4. Entrer en E2 une formule "`SI(D2=0;1;0)`". Que renvoie alors la cellule E2 ?

## II. Simulation de 500 finales de jeu

1. En utilisant les formules déterminées dans le I., simuler 500 fois une finale de ce jeu télévisé.
2. Déterminer une formule permettant d'afficher le nombre de voitures gagnées sur les 500 parties pour chacune des deux stratégies.
3. Conjecturer alors une réponse à la problématique en précisant les probabilités mises en jeu.

## III. Démonstration

1. On suppose que vous avez choisi la porte n°1. Compléter le tableau suivant avec "Gagné" ou "Perdu" :

Porte n°1	Porte n°2	Porte n°3	Avec changement	Sans changement
Voiture	Chèvre	Chèvre		
Chèvre	Voiture	Chèvre		
Chèvre	Chèvre	Voiture		

2. De même, compléter les deux tableaux suivant en supposant que vous avez choisi la porte 2, puis la porte 3.

Porte n°1	Porte n°2	Porte n°3	Avec changement	Sans changement
Voiture	Chèvre	Chèvre		
Chèvre	Voiture	Chèvre		
Chèvre	Chèvre	Voiture		

Porte n°1	Porte n°2	Porte n°3	Avec changement	Sans changement
Voiture	Chèvre	Chèvre		
Chèvre	Voiture	Chèvre		
Chèvre	Chèvre	Voiture		

3. La conjecture faite dans le II. est-elle vraie ? Justifier.

## IV. Bilan

Dans le tableau ci-dessous, résumer les fonctions du tableaux utilisées et leur rôle dans le problème.

Formule Utilisée	Description

## Annexe 4 :

### Séance Informatique n°5

Ouvrir le logiciel Tableur

Lors des dernières séances informatiques sur tableur, nous avons été amenés à découvrir et utiliser un certain nombre de fonctions. Elles sont rappelées dans le tableau ci-dessous.

Formule	Description
ALEA.ENTRE.BORNES( $a ; b$ )	Renvoie un entier aléatoire compris entre $a$ et $b$
ALEA()	Renvoie un réel aléatoire compris entre 0 et 1
NB.SI(plage ; valeur)	Compte le nombre de cellule contenant une valeur dans une plage donnée
SOMME(plage)	Additionne les valeurs des cellules sélectionnées
SI(condition ; alors ; sinon)	Renvoie une valeur si une condition est vérifiée, et une autre sinon.
F9	"Recalcule" les nombres aléatoires de la feuille
MAJ + CTRL + F9	

### **Problème :**

*Dans une petite ville, on compte 3 000 couples.*

*Tous ces couples veulent (et peuvent avoir) des enfants, mais désire particulièrement avoir une fille. Cependant ils ne veulent pas plus de quatre enfants.*

*Ainsi, ils appliquent la stratégie suivante : Ils feront un autre enfant tant qu'ils n'auront pas une fille ou quatre garçons.*

*Nous admettrons qu'à chaque naissance, ils ont autant de chance d'avoir un garçon qu'une fille et qu'ils n'ont pas de jumeaux.*

**Pensez-vous que le nombre de filles dans cette ville sera supérieur, inférieur ou à peu près égal à celui des garçons ?**



## **Résumé :**

Il s'agira dans ce mémoire de décrire l'évolution du statut de l'outil tableur vers un instrument que chaque élève est en mesure de mobiliser face à une tâche riche. Les liens entre utilisation du tableur et développement des compétences mathématiques de l'élève seront alors mis en évidence pour comprendre comment tirer parti d'un tel logiciel et ainsi permettre à l'élève de mieux appréhender une situation concrète mathématique. Ainsi de nombreux problèmes faisant appel au tableur et quelques productions d'élèves y ayant été confrontés seront analysées pour dégager quelques pistes de réponse à la problématique :

*En quoi le tableur permet-il le développement de compétences mathématiques chez les élèves ?*

## **Mots Clefs :**

- Tableur ;
- TICE ;
- Compétences ;
- Instrument.